

n o r m a s

y manuales

del

INSTITUTO EDUARDO TORROJA

de la construcción y del cemento

3.ª edición

Instrucción

Eduardo Torroja

h. a. 61

especial para estructuras de hormigón armado

segunda parte: **documentos del proyecto**

tercera parte: **cálculo de piezas lineales planas**

PATRONATO JUAN DE LA CIERVA DE INVESTIGACION TECNICA
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

nota editorial

En la presente obra, el criterio de numeración de artículos, apartados, comentarios, anejos y apéndices es el mismo que se siguió en la primera parte de esta Instrucción H. A. 61. En estas segunda y tercera partes se hacen algunas referencias a diferentes apartados que figuran en la primera parte. Para tales citas, se ha adoptado la numeración con que esos apartados aparecen en la "Instrucción H. A. 61", primera parte. Dicha numeración es diferente a la que aparece en anteriores ediciones ("H. A. 57" y "H. A. 58").

Con el objeto de facilitar estas consultas a los lectores que posean las ediciones antiguas, se incluye en hoja suelta una relación en la que se detalla la correspondencia entre la numeración adoptada en la última edición ("H. A. 61", primera parte) y la que los mismos apartados llevan en la "H. A. 58".

Madrid, 1961

nota a la III edición

Esta III edición de la segunda y tercera parte de la "Instrucción H. A. 61", es enteramente análoga a las anteriores, debidamente corregidas.

Madrid, octubre 1967

380 con
separata

instrucción H. A. 61 del I.E.T.C.C.

El Instituto contestará, con carácter gratuito, cualquier consulta relacionada con la Instrucción presente, que se formule en el plazo de un año a partir de su publicación.

instrucción

EDUARDO TORROJA

**especial para estructuras de
hormigón armado**

segunda parte: **documentos del proyecto**

tercera parte: **cálculo de piezas lineales planas**

Esta instrucción ha sido revisada, bajo la presidencia de su autor, por una Comisión integrada por los siguientes señores, citados por orden alfabético: F. Arredondo, J. Batanero, C. Benito, M. Bouso, F. Cassinello, G. Echegaray, A. García Meseguer, M. Lamana, J. Nadal, A. Páez, J. M. Pedregal, R. Piñeiro, F. del Pozo, A. Prado, S. Rocci, J. A. Torroja, J. M. Urcelay.

I E T 69

La presente obra constituye una labor personal y de ocupación constante de nuestro fallecido director, Eduardo Torroja, al frente de un grupo de colaboradores directos. Desde un principio Alfredo Páez y José María Urcelay y, con ellos, más adelante, Alvaro García Meseguer, han consagrado toda su actividad en el Instituto a laborar estrechamente con el Maestro.

Ya muy adelantada la obra y faltos de la colaboración directa de Alfredo Páez, continuaron García Meseguer y Urcelay, secundados siempre por Rafael Piñeiro, atendiendo los trabajos que imponía el ritmo de las continuas investigaciones del profesor Torroja.

De este modo se desembocó, por fin, en una propuesta de articulado, redactada por Eduardo Torroja, en contacto con sus tres directos colaboradores. A este articulado se añadieron los comentarios, resultado de un fecundo período de retiro y de trabajo personal intenso de Torroja. Articulado y Comentarios que, juntamente con el Anejo de Cálculo, fueron presentados a una amplia Comisión, integrada por los técnicos, de dentro y fuera de este Instituto, cuyos nombres se relacionan en la portadilla de esta publicación.

Bajo la presidencia de Eduardo Torroja se desarrollaron los oportunos coloquios, analizándose, con detalle, la obra y decidiendo su autor, en consecuencia, algunas modificaciones y retoques.

Así llegó el 15 de junio de 1961. Y, así, la muerte sorprendió a Eduardo Torroja cuando esta Instrucción, una de sus obras más ilusionadas, estaba prácticamente concluida.

Bajo la presidencia de Jaime Nadal, nuestro actual Director, se continúan los coloquios, con el ánimo exclusivo de seguir la trayectoria señalada por Torroja y conservar, con la máxima

fidelidad, el espíritu de lo que él había creado. Se llega así a la versión que hoy se publica, en la idea, mantenida por nuestro Director actual y compartida por todos, de ser esta obra el reflejo fidedigno del criterio del Maestro. Tanto más fidedigno cuanto que es, en una gran parte, de su propio puño y de su propia letra.

Su título, "Instrucción Eduardo Torroja", no es, por tanto, más que la expresión de una realidad: ésta es la instrucción que hizo Eduardo Torroja. Y, a la vez, quiere ser el homenaje de un equipo, que él creó y a quien él procuró continuidad, a la memoria de su Maestro.

Si, en circunstancias normales, no cabría agradecer la labor a los colaboradores de este Instituto, por ser su trabajo propio, en la coyuntura actual me congratulo en felicitar a todos ellos (especialmente a Alvaro García Meseguer y a José María Urcelay) por su inquebrantable espíritu de trabajo, colaboración y superación. Espíritu que no traiciona, sino que prosigue y justifica, la labor y los fines que nuestro fundador se propuso realizar.

Y de un modo muy particular me es grato hacer testimonio de agradecimiento a cuantos, desde fuera, han demostrado, con su asiduidad y trabajo, el mayor interés por la obra y el mayor cariño por el autor: Alfredo Páez, muy en primer término; Carlos Benito y Florencio del Pozo, ligados de antiguo a Torroja; José Manuel Pedregal, becado, por la Universidad de Buenos Aires, para trabajar junto a él; Manuel Bouso, con muchos años y experiencia a su lado; Manuel Lamana, tan querido por él, y por fin, José Antonio Torroja, colaborador eficaz, siempre cercano a la labor de su padre.

Labor inmensa, exigencia continua para los que hemos vivido en su magisterio.

JAIME NADAL

CONTENIDO

INDICE GENERAL DEL PROYECTO

1.1	OBJETIVO GENERAL DEL PROYECTO	1
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS DEL PROYECTO	1
1.3	JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO	1
1.4	ALCANCE DEL PROYECTO	1
1.5	FECHA DE EJECUCIÓN DEL PROYECTO	1
1.6	PREVENCIONES DEL PROYECTO	1
1.7	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.8	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.9	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.10	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.11	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.12	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.13	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.14	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.15	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.16	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.17	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.18	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.19	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.20	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.21	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.22	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.23	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.24	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.25	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.26	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.27	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.28	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.29	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.30	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.31	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.32	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.33	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.34	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.35	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.36	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.37	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.38	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.39	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.40	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.41	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.42	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.43	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.44	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.45	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.46	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.47	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.48	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.49	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.50	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.51	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.52	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.53	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.54	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.55	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.56	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.57	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.58	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.59	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.60	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.61	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.62	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.63	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.64	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.65	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.66	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.67	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.68	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.69	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.70	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.71	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.72	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.73	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.74	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.75	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.76	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.77	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.78	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.79	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.80	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.81	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.82	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.83	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.84	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.85	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.86	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.87	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.88	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.89	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.90	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.91	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.92	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.93	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.94	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.95	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.96	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.97	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.98	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.99	REVISIÓN DEL PROYECTO	1
1.100	REVISIÓN DEL PROYECTO	1

CONTENIDO

INDICE GENERAL DEL PROYECTO

índice

	<i>Págs.</i>
Introducción	9
Notación (Ordenada por conceptos)	15
Notación (Por orden alfabético)	25
Definiciones	33

ARTICULADO

Segunda parte: DOCUMENTOS DEL PROYECTO

2.1. DOCUMENTOS DEL PROYECTO	47
2.2. BASES DE CONCURSO	51

Tercera parte: CALCULO DE PIEZAS LINEALES PLANAS

3.1. CAMPO DE APLICACION	55
3.2. CARACTERISTICAS MECANICAS DEL HORMIGON	57
3.3. CARACTERISTICAS REOLOGICAS DEL HORMIGON	59
3.4. CARACTERISTICAS DE LAS ARMADURAS	61
3.5. CARACTERISTICAS TERMICAS DEL HORMIGON ARMADO	63
3.6. CARGAS	65
3.7. ESTABLECIMIENTO DE CARGAS MAYORADAS	67
3.8. CARGAS PERMANENTES	69
3.9. SOBRECARGAS DE EXPLOTACION	71
3.10. SOBRECARGAS ECOLOGICAS	73
3.11. BASES FUNDAMENTALES DE CALCULO	75
3.12. EQUILIBRIO	79
3.13. CALCULO DE SOLICITACIONES	81
3.14. INESTABILIDAD	83
3.15. FISURACION	87
3.16. DEFORMACIONES	93
3.17. CALCULO DE SECCIONES.—PRINCIPIOS GENERALES.....	95
3.18. ESFUERZOS NORMALES Y DE FLEXION.—BASES DEL METODO DEL MOMENTO TOPE	97
3.19. ESFUERZOS CORTANTES	101
3.20. PIEZAS EN T Y DE FORMAS ESPECIALES	107
3.21. PIEZAS ZUNCHADAS	113
3.22. DISPOSICIONES GENERALES RELATIVAS A LAS ARMA- DURAS	115
3.23. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS DE TRACCION	117
3.24. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS DE COM- PRESION	121
3.25. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS TRANS- VERSALES	125

COMENTARIOS

Segunda parte: DOCUMENTOS DEL PROYECTO

2.1. DOCUMENTOS DEL PROYECTO	129
2.2. BASES DE CONCURSO	131

Tercera parte: CALCULO DE PIEZAS LINEALES PLANAS

	<i>Págs.</i>
3.1. CAMPO DE APLICACION	135
3.2. CARACTERISTICAS MECANICAS DEL HORMIGON	137
3.3. CARACTERISTICAS REOLOGICAS DEL HORMIGON	143
3.4. CARACTERISTICAS DE LAS ARMADURAS	147
3.5. CARACTERISTICAS TERMICAS DEL HORMIGON ARMADO	151
3.6. CARGAS	153
3.7. ESTABLECIMIENTO DE CARGAS MAYORADAS	157
3.8. CARGAS PERMANENTES	161
3.9. SOBRECARGAS DE EXPLOTACION	163
3.10. SOBRECARGAS ECOLOGICAS	165
3.11. BASES FUNDAMENTALES DE CALCULO	169
3.12. EQUILIBRIO	175
3.13. CALCULO DE SOLICITACIONES	177
3.14. INESTABILIDAD	179
3.15. FISURACION	187
3.16. DEFORMACIONES	197
3.17. CALCULO DE SECCIONES.—PRINCIPIOS GENERALES	203
3.18. ESFUERZOS NORMALES Y DE FLEXION.—BASES DEL ME- TODO DEL MOMENTO TOPE	205
3.19. ESFUERZOS CORTANTES	213
3.20. PIEZAS EN T Y DE FORMAS ESPECIALES	223
3.21. PIEZAS ZUNCHADAS	227
3.22. DISPOSICIONES GENERALES RELATIVAS A LAS ARMA- DURAS	229
3.23. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS DE TRACCION	231
3.24. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS DE COM- PRESION	233
3.25. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS TRANS- VERSALES	235

ANEJO AL COMENTARIO 3.7

Capitulo I.—Exposición general	239
Definición del coeficiente de seguridad	245
Valores tipo de referencia	249
Justificación analítica	259
Coeficientes de seguridad para la fisuración	261
Capitulo II.—Criterio analítico seguido en la resolución del pro- blema	263
Capitulo III.—Composición de variables	269
Capitulo IV.—Datos estadísticos utilizados	281
Capitulo V.—Distribución de coeficientes de seguridad en piezas de hormigón armado	285

ANEJO DE CALCULO

Indice	291
--------------	-----

	<i>Págs.</i>
ESFUERZOS NORMALES Y DE FLEXION	
Observaciones previas importantes	295
Armadura U de acero ordinario.	
Sección rectangular	299
Sección en T	311
Sección circular	323
Armadura U de acero estirado en frío	324
Secciones de forma cualquiera. Método gráfico.	
Armadura U de acero ordinario	329
Armadura U de acero estirado en frío	343
ESFUERZOS CORTANTES	345
CUADROS	351

APENDICE 3.7

Determinación práctica del coeficiente de mayoración C_M	361
Ejemplo	373

APENDICE AL ANEJO DE CALCULO

Ejemplos de aplicación	381
------------------------------	-----

Se acompaña a este volumen una SEPARATA con Notación, Definiciones y Fórmulas de Cálculo, y una HOJA PLEGADA con la correspondencia de ordenación entre la H.A.58 y la H.A.61, 1.ª parte.

introducción

El mejor conocimiento del comportamiento de los materiales, por una parte, y la aplicación, por otra, de la estadística matemática y de la teoría de probabilidades, han venido provocando, en los últimos decenios, una evolución en las ideas básicas del cálculo del hormigón armado; evolución que hoy empieza a concretarse en nuevas formas de planteamiento, en nuevas hipótesis y en nuevos métodos, cuyos resultados son una mayor economía y una mejor aproximación a la realidad resistente de este material.

Las teorías clásicas de la Elasticidad y de la Resistencia de Materiales, que tan útiles fueron para el desarrollo del hormigón armado en la primera mitad de este siglo, han tenido que ser abandonadas en buena parte, en los círculos especializados internacionales, ante la realidad del comportamiento elasto-visco-plástico del hormigón, ante la necesidad de aceptar la existencia de deslizamientos finitos entre la armadura y el hormigón, compatibles con la micro o macrofisuración de éste en tracción, y ante la existencia inevitable de unos márgenes de dispersión, tanto en las características de los materiales, como en la acción de las cargas y de las sollicitaciones resultantes.

Todo ello ha conducido a sustituir, por una parte, el concepto simplista de un coeficiente de seguridad apriorístico, por el de una probabilidad; y, por otra, el cálculo en tensiones admisibles, por el cálculo en estado de agotamiento resistente y de agotamiento funcional.

La evolución, difusa en un principio, ha ido cristalizando en estos últimos años; y aunque ha de tardar todavía en establecer métodos y valores concretos universalmente admitidos, ha llegado ya a un punto que hace recomendable la utilización de los que forman parte de esta Instrucción.

Su publicación ha venido demorándose hasta que sus bases y métodos—en buena parte, fruto de la labor del propio Instituto—han podido ser discutidos y adoptados por el Comité Européen du Béton (C.E.B.), después de varios años de trabajo, y en colaboración, últimamente, con las entidades especializadas, tanto de Estados Unidos, como de la U. R. S. S.

Asimismo, los valores fijados para los coeficientes de seguridad son los adoptados por el Joint Committee organizado al efecto por aquel organismo, en colaboración con el International Council for Building. La garantía de su aplicación está, por consiguiente, sobradamente asegurada.

Ciertamente que esta Instrucción habrá de retocarse y afinarse en ediciones sucesivas, pues la labor de aquellos organismos continúa, y habrán de transcurrir varios años hasta llegar a puntos de coincidencia completa; pero, insistimos, las diferencias son ya lo suficientemente pequeñas como para hacer recomendable la utilización de los resultados alcanzados hasta la fecha.

Así pues, se parte del criterio de que ni las cargas o causas de sollicitación, ni las resistencias de los materiales, pueden fijarse por números concretos e irrebasables. Ambos conceptos se apoyan sobre valores estadísticos, sometidos siempre a posibles variaciones, tanto más improbables cuanto más alejados de los valores pre-establecidos.

Los valores característicos dependen de la dispersión habitual, distinta para cada tipo de carga, para cada material y para cada grado de control. Así, por ejemplo, será mayor para el empuje de viento que para la carga de agua de un depósito abierto; y mayor para la resistencia del hormigón que para el límite elástico de un acero dado.

Por otra parte, el criterio de la seguridad se desdobra en dos parámetros: uno, llamado de mayoración, que multiplica las cargas, y otro, de minoración, que divide las resistencias de los materiales. Las sollicitaciones pésimas de cálculo se deducen de la aplicación de las cargas, mayoradas o no, según su efecto sea desfavorable o favorable. Y los estados tensionales resultantes de ellas no deben ser superiores a los que la estructura podría soportar con unos materiales que tuviesen, a su vez, resistencias minoradas; es decir, sus resistencias características previstas, divididas por los oportunos coeficientes de minoración.

Por último, para comparar la sollicitación pésima con la resistencia minorada del elemento que se estudia, se considera éste en estado de agotamiento resistente, fuera del dominio elástico. O sea: se abandona el criterio clásico de tensiones admisibles (iguales a las resistencias previstas divididas por un fuerte coeficiente) y se sustituye por el de cálculo del elemento en agotamiento resistente; considerando las leyes reales del comportamiento de los materiales, en esas condiciones.

Aparte de ello, se fijan los límites de deformación y de fisuración correspondientes a lo que pudiera llamarse estado de servicio o de agotamiento funcional; es decir, los límites que, sin

poner la estructura en peligro de hundimiento, lá harían inadecuada para su utilización normal o para mantener su necesaria durabilidad.

Si los materiales fuesen perfectamente elásticos hasta su agotamiento resistente, no habría diferencia entre los resultados del método clásico y los del que ahora se preconiza; pero no siendo esto así, los nuevos criterios adoptados proporcionan dos ventajas importantes: una, la más precisa correlación entre la seguridad real y la calculada; otra, la mayor simplificación y claridad de cálculo.

Es posible que el lector encuentre extraño y aun difícil el articulado, a causa de los nuevos conceptos que en él se introducen; y que, en un principio, le resulte arduo su manejo, o le repugnen criterios aparentemente paradójicos o de aplicación complicada. Por esto, la lectura de los comentarios, que sazonan y justifican el articulado, es necesaria para la correcta aplicación de éste, con conocimiento de causa y con el debido buen sentido de enjuiciamiento.

Por eso mismo, y para mayor garantía, el Instituto se reserva la interpretación del articulado en casos de duda y se ofrece a contestar gratuitamente las consultas que, sobre la aplicación de esta Instrucción, se le hagan en el plazo de un año, a partir de su publicación.

El Instituto no puede dejar pasar la ocasión sin destacar los trabajos de sus Miembros sobre ciertos temas, cuyos resultados han sido utilizados para la redacción de determinados artículos de esta Instrucción. Igualmente agradece, de un modo especial, al Comité Europeo del Hormigón (C.E.B.) la labor realizada en estos últimos años, la cual le ha servido de ayuda para la conclusión de este trabajo.

En fin; las ventajas de esta Instrucción, sobre otras anteriores, se acusan, no solamente en un mejor y más económico aprovechamiento de los materiales, sino también en una mayor sencillez y rapidez de cálculo. Y el Instituto confía en que los técnicos que la utilicen, al mismo tiempo que se benefician de estas ventajas, se servirán comunicarle sus impresiones, advertencias y consejos para que, en sucesivas ediciones, pueda ir mejorando y aclarando su texto, haciendo, con ello, más eficaz su aplicación.

Madrid, 1961.

notación

notación

ordenada por conceptos

Dimensiones lineales.

- b = Ancho de la sección rectangular. En secciones en T, distancia entre los extremos de las alas.
- b_0 = Ancho del nervio en secciones en T.
- b_1 = Anchura del ala en una pieza en T ($b_0 + 2b_1 = b$).
- b_c = Anchura eficaz del ala en una pieza en T, con carga repartida.
- b'_c = Anchura eficaz del ala en una pieza en T, con carga concentrada.
- b_p = De las dos dimensiones de una sección rectangular, la que resulta paralela al plano de pandeo que se considera.
- D_z = Diámetro del núcleo de hormigón zunchado.
- e = Excentricidad de la fuerza normal N en relación con la armadura U. Se considera positiva cuando N está al mismo lado de U que el borde más comprimido.
- e' = Excentricidad de la fuerza normal N en relación con la armadura U'. Se considera positiva cuando N está al mismo lado de U' que el borde en tracción o menos comprimido.
- e_s = Valor de e cuando N pasa por el baricentro plástico de la sección.

e_0	== En flexión compuesta, excentricidad de la fuerza normal N en relación con el punto medio del canto total.
e_o	== En inestabilidad, excentricidad real de la fuerza respecto al eje de simetría de la sección, perpendicular al plano de pandeo.
f	== Flecha.
g	== Profundidad de la fibra neutra de deformaciones, a partir del borde más comprimido.
h	== Canto útil.
h'	== Distancia entre U y U'.
h''	== Distancia de U' al borde opuesto.
h_t	== Canto total.
h_0	== Espesor del ala en secciones en T.
L	== Luz.
r	== Distancia del c.d.g. de la armadura U, al borde menos comprimido de la sección.
r'	== Distancia del c.d.g. de la armadura U', al borde más comprimido de la sección.
r_c	== Radio de curvatura.
s	== En una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas), distancia entre dos de ellos consecutivos, medida paralelamente al eje de la pieza.
s_z	== Separación entre espiras (paso de la hélice) del zuncho.

- z == Profundidad de la zona comprimida de la sección (en la que la tensión se supone uniformemente repartida), a partir del borde más comprimido.
- \varnothing == Diámetro de una barra.

Secciones.

- B == Sección útil de una sección de hormigón. Es decir, parte de sección comprendida entre el borde más comprimido y la armadura U .
- B_f == Sección eobarcéntrica de hormigón.
- B_t == Area total de la sección de hormigón.
- W == Sección nominal de la armadura U .
- W' == Sección nominal de la armadura U' .
- W'' == Sección nominal de un elemento de la armadura transversal.
- $W_{0,2}$ == Sección nominal cuando la armadura es de acero estirado en frío.

Características mecánicas.

- A == Limite elástico de la armadura en tracción o menos comprimida (armadura U).
- A' == Limite elástico de la armadura más comprimida (armadura U').

A''	= Límite elástico de la armadura transversal.
$A_{0,2}$	= Límite elástico convencional (valor de A para armaduras de acero estirado en frío).
E	= Módulo de elasticidad.
R	= Resistencia del hormigón a compresión.
R'	= Resistencia del hormigón a tracción.
R''	= Resistencia virtual del hormigón a esfuerzo cortante.
R_f	= Resistencia virtual a compresión del hormigón sometido a esfuerzos de fatiga.
R_L	= Limitación impuesta a R_k (V.A. 3.2.1) en función de la resistencia característica del acero.
R_m	= Resistencia media del hormigón a compresión.

Capacidades mecánicas.

$U = W \underline{A}$	= Capacidad mecánica de la armadura en tracción o menos comprimida. (Por brevedad, se designa a veces también por U a la propia armadura.)
$U' = W \underline{A}'$	= Capacidad mecánica de la armadura más comprimida. (Por brevedad, se designa a veces también por U' a la propia armadura.)

notación
ordenada por conceptos

$U'' = W'' \underline{A}''$ = Capacidad mecánica de un elemento de la armadura transversal (estribo o barra levantada). (Por brevedad, se designa a veces también por U'' al propio elemento de la armadura transversal.)

$U_{0,2} = W_{0,2} \underline{A}_{0,2}$ = Capacidad mecánica cuando la armadura es de acero estirado en frío.

U_z = Capacidad mecánica de la barra que forma el zuncho.

$V = \underline{R}bh$ = En sección rectangular.

$V'' = \underline{R}bh''$ = En sección rectangular.

$V_t = \underline{R}bh_t$ = En sección rectangular.

Cargas.

F = Carga, en general (una particular o el conjunto de ellas).

G = Carga permanente (una particular o el conjunto de ellas).

P = Sobrecarga (una particular o el conjunto de ellas).

Solicitaciones.

M = Momento flector. Su valor es siempre positivo si se llama U a la armadura que, bajo ese momento, trabaja a tracción.

M_c = Momento que resulta al trasladar N al punto medio del canto total.

$M_T = M_t + U'h'$	= Momento máximo, respecto a la armadura de tracción o menos comprimida, que es capaz de resistir una sección.
M_t	= Momento tope.
$M_u = N \cdot e$	= Momento de N con respecto a U.
$M'_u = N \cdot e'$	= Momento de N con respecto a U'.
N	= Esfuerzo normal (positivo en compresión y negativo en tracción).
S	= Solicitación o conjunto de M, N y T.
T	= Esfuerzo cortante.

Tensiones.

σ	= Tensión normal.
σ_c	= Tensión sobre el terreno de cimentación.
τ	= Tensión tangencial.

Coefficientes de seguridad.

C	= Coeficiente de seguridad (en general).
C_a	= Valor de C_m para el acero.
C_b	= Valor de C_m para el hormigón.
C_M	= Coeficiente de mayoración, o de seguridad referente a las cargas.
C_m	= Coeficiente de minoración, o de seguridad referente al material.

Valores específicos (unitarios).

$q = \frac{U}{R B}$ = Cuantía mecánica de la armadura U.

$q' = \frac{U'}{R B}$ = Cuantía mecánica de la armadura U'.

$\rho = \frac{r}{h}$ = Recubrimiento unitario de la armadura U (referido a su c.d.g.).

$\rho' = \frac{r'}{h}$ = Recubrimiento unitario de la armadura U' (referido a su c.d.g.).

$\zeta = \frac{z}{h}$ = Profundidad unitaria de la zona comprimida de la sección.

Varios.

K = Constante dimensional o adimensional, según el caso.

n = Número de barras.

α = Coeficiente de dilatación lineal.

α = Angulo ($\leq 90^\circ$) formado por un elemento de la armadura transversal, con el eje longitudinal de la pieza.

δ = Coeficiente de dispersión (desviación standard relativa).

ε = Deformación.

ϵ = Angulo que forman dos secciones inicialmente paralelas, después de la deformación.

$\zeta = \frac{0,9}{h : s} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$ = Factor de eficacia de una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas).

Subíndices.

a = Referente al acero.

b = Referente al hormigón.

k = Característico o característica.

m = Media.

n = Necesaria (cuando afecta a una capacidad mecánica de armadura).

n = Nominal (cuando afecta a una carga).

Superíndices.

$*$ = De agotamiento (cuando afecta a una sollicitación o tensión).

Signos.

El signo \succ (no mayor que) significa que si, por ejemplo, en una fórmula se establece $U' \succ U$ y es $U' > U$, se tomará en la fórmula $U' = U$.

Análogamente, el signo \prec (no menor que) significa que si,

por ejemplo, en una fórmula se establece $U' \ll U$ y es $U' < U$, se tomará en la fórmula $U' = U$.

El signo \ll , subrayando a una resistencia, la califica de "menorada"; subrayando a una carga, la califica de "mayorada"; subrayando a una sollicitación o tensión, la califica de "pésima". Es decir, que dicho signo implica que se ha tenido en cuenta el margen de seguridad correspondiente.

• • •

Abreviaturas.

A	= Apartado.
Aj	= Anejo.
Aj.C	= Anejo al comentario.
A.Ca	= Anejo de cálculo.
Ap	= Apéndice.
Ap.A.Ca	= Apéndice al anejo de cálculo.
Art	= Artículo.
C	= Comentario.
D	= Definiciones.
F	= Figura.
N	= Notación.
V	= Véase.



notación

por orden alfabético

A	= Limite elástico de la armadura en tracción o menos comprimida (armadura U).
A'	= Limite elástico de la armadura más comprimida (armadura U').
A''	= Limite elástico de la armadura transversal.
A _{0,2}	= Limite elástico convencional (valor de A para armaduras de acero estirado en frío).
B	= Sección útil de una sección de hormigón. Es decir, parte de sección comprendida entre el borde más comprimido y la armadura U.
B _f	= Sección cobaricéntrica de hormigón.
B _t	= Area total de la sección de hormigón.
C	= Coeficiente de seguridad (en general).
C _a	= Valor de C _m para el acero.
C _b	= Valor de C _m para el hormigón.
C _M	= Coeficiente de mayoración, o de seguridad referente a las cargas.
C _m	= Coeficiente de minoración, o de seguridad referente al material.

D_z	= Diámetro del núcleo de hormigón zunchado.
E	= Módulo de elasticidad.
F	= Carga, en general (una particular o el conjunto de ellas).
G	= Carga permanente (una particular o el conjunto de ellas).
K	= Constante dimensional o adimensional, según el caso.
L	= Luz
M	= Momento flector. Su valor es siempre positivo si se llama U a la armadura que, bajo ese momento, trabaja a tracción.
M_c	= Momento que resulta al trasladar N al punto medio del canto total.
$M_T = M_t + U'h'$	= Momento máximo, respecto a la armadura de tracción o menos comprimida, que es capaz de resistir una sección.
M_t	= Momento tope.
$M_n = N \cdot e$	= Momento de N con respecto a U .
$M'_n = N \cdot e'$	= Momento de N con respecto a U' .
N	= Esfuerzo normal (positivo en compresión y negativo en tracción).
P	= Sobrecarga (una particular o el conjunto de ellas).
R	= Resistencia del hormigón a compresión.

notación
por orden alfabético

R	= Resistencia del hormigón a tracción.
R''	= Resistencia virtual del hormigón a esfuerzo cortante.
R_f	= Resistencia virtual a compresión del hormigón sometido a esfuerzos de fatiga.
R_L	= Limitación impuesta a R_c (V.A. 3.2.1) en función de la resistencia característica del acero.
R_c	= Resistencia media del hormigón a compresión.
S	= Solicitación o conjunto de M, N y T.
T	= Esfuerzo cortante.
$U = W \underline{A}$	= Capacidad mecánica de la armadura en tracción o menos comprimida. (Por brevedad, se designa a veces también por U a la propia armadura.)
$U' = W' \underline{A}'$	= Capacidad mecánica de la armadura más comprimida. (Por brevedad, se designa a veces también por U' a la propia armadura.)
$U'' = W'' \underline{A}''$	= Capacidad mecánica de un elemento de la armadura transversal (estribo o barra levantada). (Por brevedad, se designa a veces también por U'' al propio elemento de la armadura transversal.)
$U_{0,2} = W_{0,2} \underline{A}_{0,2}$	= Capacidad mecánica cuando la armadura es de acero estirado en frío.
U_s	= Capacidad mecánica de la barra que forma el zuncho.

$V = \underline{R}bh$	= En sección rectangular.
$V'' = \underline{R}bh''$	= En sección rectangular.
$V_t = \underline{R}bh_t$	= En sección rectangular.
W	= Sección nominal de la armadura U.
W'	= Sección nominal de la armadura U'.
W''	= Sección nominal de un elemento de la armadura transversal.
$W_{0,2}$	= Sección nominal cuando la armadura es de acero estirado en frío.
a	= Como subíndice, indica que se refiere al acero.
b	= Ancho de la sección rectangular. En secciones en T, distancia entre los extremos de las alas.
b	= Como subíndice, indica que se refiere al hormigón.
b_0	= Ancho del nervio en secciones en T.
b_1	= Anchura del ala en una pieza en T ($b_0 + 2b_1 = b$).
b_e	= Anchura eficaz del ala en una pieza en T, con carga repartida.
b'_e	= Anchura eficaz del ala en una pieza en T, con carga concentrada.
b_p	= De las dos dimensiones de una sección rectangular, la que resulta paralela al plano de pandeo que se considera.

notación
por orden alfabético

e	= Excentricidad de la fuerza normal N en relación con la armadura U . Se considera positiva cuando N está al mismo lado de U que el borde más comprimido.
e'	= Excentricidad de la fuerza normal N en relación con la armadura U' . Se considera positiva cuando N está al mismo lado de U' que el borde en tracción o menos comprimido.
e_s	= Valor de e cuando N pasa por el baricentro plástico de la sección.
e_o	= En flexión compuesta, excentricidad de la fuerza normal N en relación con el punto medio del canto total.
e_0	= En inestabilidad, excentricidad real de la fuerza respecto al eje de simetría de la sección, perpendicular al plano de pandeo.
f	= Flecha.
g	= Profundidad de la fibra neutra de deformaciones, a partir del borde más comprimido.
h	= Canto útil.
h'	= Distancia entre U y U' .
h''	= Distancia de U' al borde opuesto.
h_t	= Canto total.
h_0	= Espesor del ala en secciones en T .
k	= Como subíndice, indica "característico" o "característica".
m	= Como subíndice, indica "media".

n	= Número de barras.
n	= Como subíndice, indica "necesaria", cuando afecta a una capacidad mecánica de armadura; y "nominal", cuando afecta a una carga.
$q = \frac{U}{\underline{R} B}$	= Cuantía mecánica de la armadura U.
$q' = \frac{U'}{\underline{R} B}$	= Cuantía mecánica de la armadura U'.
r	= Distancia del c.d.g. de la armadura U, al borde menos comprimido de la sección.
r'	= Distancia del c.d.g. de la armadura U', al borde más comprimido de la sección.
r_c	= Radio de curvatura.
s	= En una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas), distancia entre dos de ellos consecutivos, medida paralelamente al eje de la pieza.
s_z	= Separación entre espiras (paso de la hélice) del zuncho.
z	= Profundidad de la zona comprimida de la sección (en la que la tensión se supone uniformemente repartida), a partir del borde más comprimido.
α	= Coeficiente de dilatación lineal.
α	= Angulo ($\leq 90^\circ$) formado por un elemento de la armadura transversal, con el eje longitudinal de la pieza.

notación
por orden alfabético

δ	= Coeficiente de dispersión (desviación standard relativa).
ϵ	= Deformación.
$\zeta = \frac{z}{h}$	= Profundidad unitaria de la zona comprimida de la sección.
θ	= Angulo que forman dos secciones inicialmente paralelas, después de la deformación.
$\rho = \frac{r}{h}$	= Recubrimiento unitario de la armadura U (referido a su c.d.g.).
$\rho' = \frac{r'}{h}$	= Recubrimiento unitario de la armadura U' (referido a su c.d.g.).
σ	= Tensión normal.
σ_c	= Tensión sobre el terreno de cimentación.
τ	= Tensión tangencial.
\varnothing	= Diámetro de una barra.
$\varphi = \frac{0,9}{s : h} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$	= Factor de eficacia de una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas).
*	= Como superíndice, indica "de agotamiento" (cuando afecta a una sollicitación o tensión).
\succ	= Signo que indica: no mayor que. Significa que si, por ejemplo, en una fórmula se establece $U' \succ U$ y es $U' > U$, se tomará en la fórmula $U' = U$.

= Signo que indica: no menor que. Significa que si, por ejemplo, en una fórmula se establece $U' \triangleleft U$ y es $U' < U$, se tomará en la fórmula $U' = U$.

= Signo que, subrayando a una resistencia, la califica de "minorada"; subrayando a una carga, la califica de "mayorada"; subrayando a una sollicitación o tensión, la califica de "pésima". Es decir, que dicho signo implica que se ha tenido en cuenta el margen de seguridad correspondiente.

definiciones

definiciones

Area nominal, W .

En un redondo, la que corresponde a su diámetro nominal.

Baricentro plástico.

En una sección, punto de aplicación de la resultante de las tres fuerzas de compresión siguientes:

- la que resulta de considerar una tensión igual a $0,75R$ aplicada uniformemente a la sección total de hormigón
- la capacidad mecánica de la armadura U
- la capacidad mecánica de la armadura U'

Un esfuerzo axial N aplicado en el baricentro plástico, produce en la pieza un estado de compresión simple. Si N se mueve a uno u otro lado, en dirección paralela al canto, el borde hacia el cual se acerque será el más comprimido.

Capacidad mecánica, U , U' , U'' .

En una barra, producto del área nominal de su sección transversal recta por la resistencia minorada del acero, independientemente de la tensión real a que está sometida.

En una armadura, suma de las capacidades mecánicas de las barras que la componen.

En un estribo, suma de las capacidades mecánicas de sus patas.

Carga, F .

Cualquier acción, o conjunto de acciones, capaz de producir estados tensionales en la estructura.

Carga característica, F_k .

Carga máxima previsible, no excepcional, durante la vida de la estructura. Su valor es $F_k = F_m (1 + \delta)$, siendo δ la dispersión de los valores estadísticos de la carga media F_m .

Carga mayorada, F_d .

Producto de la carga característica por el coeficiente de mayoración.

Carga media, F_m .

Valor medio de los valores máximos de la carga, obtenidos estadísticamente de casos análogos (con igual carga nominal).

Carga muerta.

Conjunto de cargas permanentes, sin incluir el peso propio.

Carga nominal, F_n .

Aquella para la cual se propone la utilización de la estructura.

Carga permanente, G .

La que actúa en todo instante, y es inseparable de la estructura.

Coficiente de mayoración, C_M .

Coficiente de seguridad parcial relativo a las cargas, que se aplica multiplicando los valores de las mismas.

Coficiente de minoración, C_m (C_a , C_b).

Coficiente de seguridad parcial relativo al material

(C_s para el acero, C_b para el hormigón), que se aplica dividiendo sus resistencias respectivas.

Corrimiento.

Recorrido de un punto material del cuerpo por efecto de las cargas y la deformación consiguiente.

Cuantía mecánica, q, q' .

Cociente entre la capacidad mecánica de la armadura de tracción (U) o de compresión (U') y el producto de la sección útil de hormigón por la resistencia minorada de éste (BR).

Deformación, ε .

Límite del cociente que resulta de dividir la variación de longitud o distancia entre dos puntos materiales del sólido (alargamiento o acortamiento), por dicha distancia, cuando esta última tiende hacia cero.

Diámetro nominal, \varnothing .

En un redondo, el que, con sección circular, proporcionaría una sección transversal recta igual a la mínima de la propia barra.

Elemento de la armadura transversal.

Conjunto de estribos o barras levantadas, contenidos en un mismo plano, normal al de simetría de la pieza en el que se suponen actuando las cargas. El elemento (y, por tanto, su plano), forma un ángulo $\alpha \leq 90^\circ$ con el eje longitudinal de la pieza; y se va repitiendo, con esa misma inclinación, a distancias s medidas paralelamente a dicho eje.

Esfuerzo, M, N, T.

Conjunto de dos fuerzas o momentos, iguales y opuestos,

que solicitan una rebanada de la pieza. Cualquier sollicitación se reduce a la suma de tres esfuerzos: normal (N), de flexión (M) y cortante (T).

Estado pésimo de carga.

En el estudio de una sección, estado de carga que produce la sollicitación pésima en la sección considerada.

En el estudio del equilibrio, estado de carga constituido por la peor combinación de cargas y sobrecargas; cada una de ellas mayorada o no, según resulte más desfavorable.

Factor de eficacia, φ .

Dicho de una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas), el dado por la expresión

$$\varphi = \frac{0,9}{s : h} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$$

que tiene en cuenta el modo de colocación de los elementos dentro de esa serie.

Límite elástico característico del acero, A_s .

En los aceros ordinarios de construcción, media aritmética de los $n/2$ límites elásticos más bajos obtenidos en el ensayo a tracción (UNE 7010) de n probetas tipo de acero.

Límite elástico convencional del acero, $A_{0,2}$.

En los aceros estirados en frío o especiales sin escalón de relajamiento prolongado, mínima tensión capaz de producir una deformación remanente del 0,2 %.

Límite elástico convencional característico del acero, $A_{0,2s}$.

Media aritmética de los $n/2$ límites elásticos convenciona-

les más bajos, obtenidos en el ensayo a tracción (UNE 7010) de n probetas tipo de acero.

Momento tope, M_t .

En una sección, momento producido, con respecto a la armadura de tracción o menos comprimida, por una tensión igual al 75 % de la resistencia minorada del hormigón, aplicada uniformemente a toda la sección útil.

Resistencia característica del acero, A_k , $A_{0,2k}$.

En los aceros ordinarios de construcción, el límite elástico característico A_k .

En los aceros estirados en frío o especiales sin escalón de relajamiento prolongado, el límite elástico convencional característico $A_{0,2k}$.

(Véase nota al pie de la página 61.)

Resistencia característica del hormigón, R_k .

Media aritmética de las $n/2$ resistencias más bajas obtenidas en el ensayo de n probetas tipo, conservadas en ambiente normal a la temperatura de $(20 \pm 2)^\circ \text{C}$ y rotas por compresión a los veintiocho días.

Resistencia minorada del acero, \underline{A} , $\underline{A}_{0,2}$.

Cociente entre la resistencia característica y el coeficiente de minoración correspondiente al acero. Es decir:

$$\underline{A} = \frac{A_k}{C_s} = \frac{A_k}{1,2}$$

$$\underline{A}_{0,2} = \frac{A_{0,2k}}{C_s} = \frac{A_{0,2k}}{1,2}$$

(Véase nota al pie de la página 61.)

Resistencia minorada del hormigón, \underline{R} .

Cociente entre la resistencia característica y el coeficiente de minoración correspondiente al hormigón. Es decir:

$$\underline{R} = \frac{R_k}{C_b} = \frac{R_k}{1,6}$$

Sección cobaricéntrica, B_f .

Hablando de una sección de hormigón, zona de la misma que, contada a partir del borde menos comprimido, tiene el mismo baricentro que la armadura U .

Sección útil, B .

Hablando de una sección de hormigón, zona de la misma que está comprendida entre el borde más comprimido y la armadura U .

Sobrecarga, P .

Conjunto de cargas que pueden actuar o dejar de actuar, distinguiéndose entre ellas: las sobrecargas de explotación, las sobrecargas ecológicas, las sobrecargas de ejecución y las sobrecargas excepcionales.

Sobrecarga característica, P_k .

Sobrecarga máxima previsible, no excepcional, durante la vida de la estructura. Su valor es $P_k = P_m (1 + \delta)$, siendo δ la dispersión de los valores estadísticos de la sobrecarga media P_m .

Sobrecarga mayorada, P_d .

Producto de la sobrecarga característica por el coeficiente de mayoración.

Sobrecarga media, P_m .

Valor medio de los valores máximos de la sobrecarga, obtenidos estadísticamente de casos análogos (con igual sobrecarga nominal).

Sobrecarga nominal, P_n .

Aquella para la cual se propone la utilización de la estructura.

Sobrecargas de ejecución.

Sobrecargas, no incluidas entre las de explotación o ecológicas, que pueden producirse en obra, según el proceso de construcción previsto.

Sobrecargas de explotación.

Las que pueden cambiar de una parte a otra de la estructura y pueden ser, también, móviles o rodantes, con o sin efectos dinámicos.

Sobrecargas ecológicas.

Las debidas al medio que rodea a la estructura, que incluyen: las de viento o nieve; los efectos ocasionados por la retracción; los ocasionados por las variaciones térmicas o higrométricas del exterior; los producidos por los asientos o movimientos posibles de las sustentaciones y, en su caso, los efectos sísmicos.

Sobrecargas excepcionales.

Las de carácter anormal y difícilmente previsibles, que superan fuertemente a las de explotación.

Solicitud, S (N, M, T).

Esfuerzo o conjunto de ellos que, como consecuencia de las cargas, actúa sobre una o varias secciones o rebanadas de un elemento de la estructura.

Solicitud de agotamiento, S° (N°, M°, T°).

En una sección dada, la que sería capaz de producir un fallo resistente total, instantáneo o diferido, en el supuesto de que los materiales del elemento considerado tuviesen, como resistencias reales, las resistencias minoradas.

Solicitud pésima, S (\underline{N} , \underline{M} , \underline{T}).

En una sección dada, la producida por la acción conjunta de

- la combinación más desfavorable de sobrecargas mayoradas, y
- las cargas permanentes con su valor característico o mayorado, según sea su efecto favorable o desfavorable.

Tensión, σ , τ .

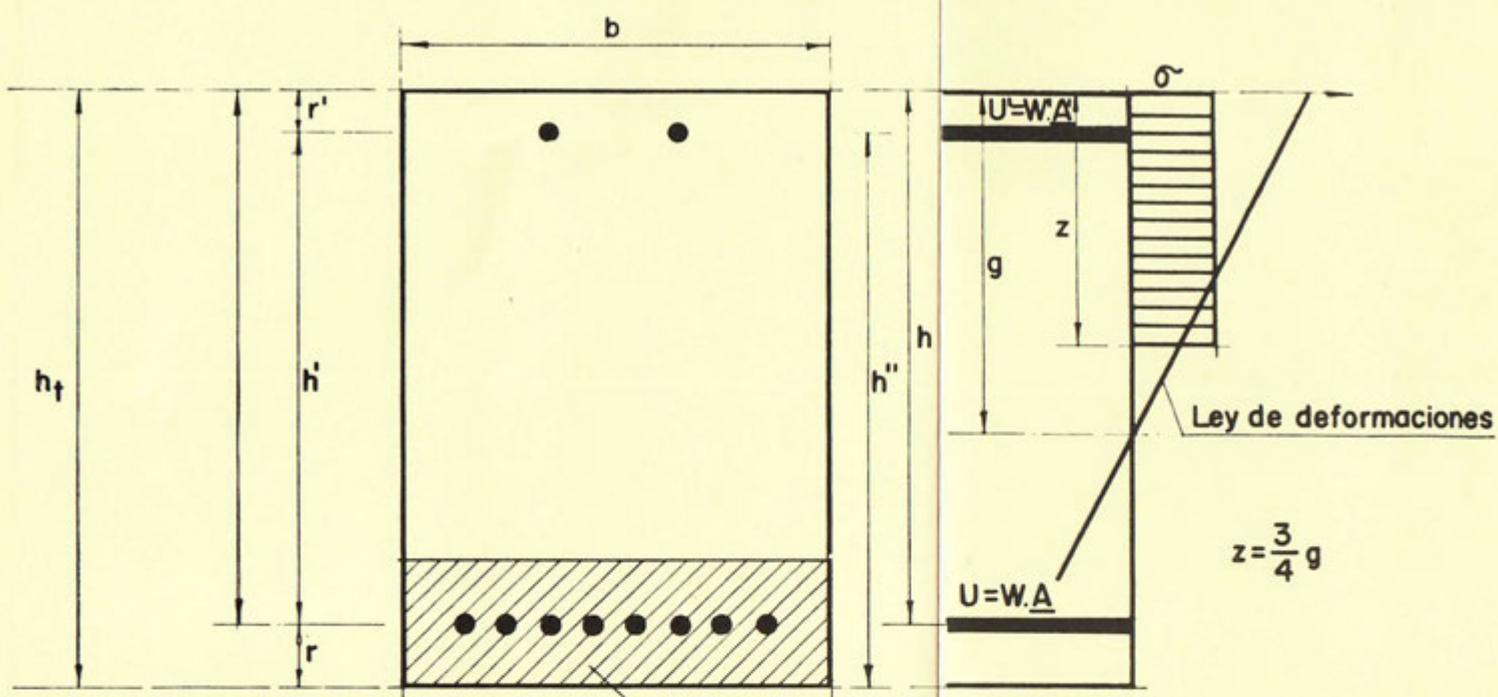
Límite del cociente que resulta de dividir un esfuerzo de tracción, compresión o cortante, por la sección en que actúa, cuando esta sección tiende hacia cero.

Tensión pésima sobre el terreno de cimentación, $\underline{\sigma}_c$.

Valor de la tensión producida sobre el terreno de cimentación bajo el estado pésimo de carga.

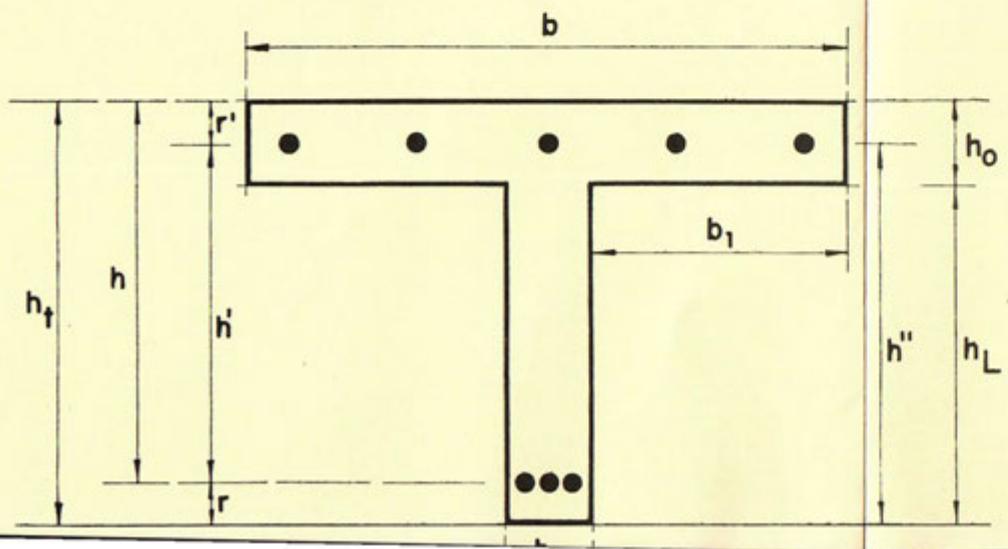
Zona comprimida.

En una sección de hormigón, zona virtual de profundidad z , inferior a la profundidad g de la fibra neutra de deformaciones, en la que se supone que la compresión en el hormigón es uniforme. Se considera que, fuera de esta zona, no hay compresiones en el hormigón.



$$B_f = b \times h_t$$

$$B = b \times h$$



artículo

segunda parte

documentos del proyecto
2.1

bases de concurso
2.2

tercera parte

campo de aplicación
3.1

características de los materiales
3.2 a 3.5

cargas
3.6 a 3.10

bases de cálculo
3.11 a 3.16

cálculo de secciones
3.17 a 3.19

piezas especiales
3.20 y 3.21

disposiciones relativas a las armaduras
3.22 a 3.25

segunda parte

**documentos del proyecto
articulado**

2.1.1. Como norma general, todo proyecto estará compuesto de los siguientes documentos: MEMORIA, PLANOS, PLIEGO DE CONDICIONES Y PRESUPUESTO.

2.1.2. En la MEMORIA se indicarán, ordenadamente, los siguientes puntos:

- a) Antecedentes y exigencias primarias que debe satisfacer la obra, detallando, en su caso, las condiciones locales y especiales correspondientes.
- b) Justificación funcional y descripción de la solución adoptada, exponiéndose las razones que motivaron el tipo estructural proyectado; comparándola, si se considera conveniente, con otras soluciones y señalando los criterios que se han seguido para la elección de los materiales.
- c) Cargas consideradas (V. A. 3.6.2) y coeficientes de seguridad adoptados (V. A. 3.2.2, 3.4.1 y 3.7.1).
- d) Características fundamentales exigidas a los materiales y al terreno de cimentación.
- e) Hipótesis y métodos de cálculo, o justificación de tipo experimental, utilizados.
- f) Posible proceso de ejecución previsto.
- g) Resumen de mediciones y presupuesto.

2.1.3. La MEMORIA irá acompañada de uno o varios anexos. Su número y extensión dependerán de las particularidades

propias del proyecto. En todo caso, deberá redactarse un Anejo de Cálculo, en donde se justifique y razone, con arreglo a las normas prescritas en esta Instrucción, tanto las dimensiones de los distintos elementos, como el cumplimiento de las condiciones de equilibrio, estabilidad, resistencia, etc., de la estructura en su conjunto y de cada una de las partes en que puede suponerse dividida, con objeto de asegurar el buen servicio de la misma.

2.1.4. La exposición de estos cálculos se hará en forma ordenada y precisa, con el fin de facilitar su ulterior revisión. A tal efecto, se incluirán las indicaciones necesarias, tanto para identificar el elemento que se calcula, mediante las oportunas referencias a los planos o croquis suplementarios, como para determinar la procedencia de las cargas o valores introducidos como resultado de cálculos precedentes.

2.1.5. Los cálculos podrán ser total o parcialmente sustituidos por estudios experimentales sobre modelo, realizados de acuerdo con técnicas apropiadas y por personal especializado. En este caso, se detallarán dichos estudios en el anejo correspondiente.

2.1.6. Los PLANOS contendrán las cotas necesarias para definir las dimensiones de los elementos de un modo geométrico. Salvo en casos especiales, deberán poder desarrollarse las mediciones de todos los elementos, sin utilizar más dimensiones que las acotadas.

En particular, de no incluirse despiece detallado de las armaduras, deberán poder deducirse directamente de los planos todas las dimensiones geométricas de las mismas mediante las oportunas notas o especificaciones complementarias que las definen inequívocamente.

Se detallarán, igualmente, los dispositivos de apoyo o de enlace, tanto entre elementos de la propia estructura como entre ésta y su cimentación.

2.1.7. Se recomienda indicar en los PLANOS:

- la resistencia característica R_k del hormigón (V. A. 1.7.2) considerada en el cálculo

- el tipo de acero y clase de armadura *
- la tensión pésima σ_0 sobre el terreno de cimentación ** (V. D.)
- en su caso, las contraflechas que convenga establecer en los encofrados, para evitar posibles efectos perjudiciales o antiestéticos.

2.1.8. EL PLIEGO DE CONDICIONES FACULTATIVAS contendrá las indicaciones necesarias para definir, de un modo preciso y concreto, las resistencias características exigidas a los hormigones, así como las características mecánicas de las armaduras, además de cuantas indicaciones técnicas estime convenientes el autor del proyecto. Se indicarán igualmente las condiciones especiales que hayan de cumplirse en la ejecución, y las formas de valoración de las distintas unidades que entren en el presupuesto, así como, en caso necesario, las condiciones previstas para el terreno de cimentación. Se recomienda utilizar como modelo el Pliego PCHA-60 publicado por el Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento.

2.1.9. Se recomienda que en el PLIEGO DE CONDICIONES se exija que figure en la obra, en lugar visible y oportuno, una placa en la que se indiquen los valores de las sobrecargas nominales de explotación, P_n (V. A. 3.6.2 y 3.6.4) para las que haya sido proyectada.

2.1.10. En el PRESUPUESTO, con la única salvedad que se indica en el apartado 2.1.12, se incluirán cuadros de precios, con la composición o justificación por separado de cada uno de ellos, valorándose las excavaciones en metros cúbicos; los encofrados en metros cuadrados; las armaduras en kilogramos; los hormigones en metros cúbicos; y, en la unidad que se con-

Para los aceros ordinarios de construcción, su tipo está definido en las Normas UNE 36080, UNE 36081 y UNE 36082. Es de esperar que los aceros especiales queden, asimismo, oficialmente tipificados en plazo breve. Entre tanto, puede utilizarse la nomenclatura empleada por la propia factoría.

La clase de armadura se define indicando si se trata de barras lisas, corrugadas - especificando el tipo de corrugación -, mallas soldadas, etc.

** Debe hacerse notar que esta tensión es la que transmite la estructura. La resistencia del terreno deberá superarla con el oportuno margen de seguridad, cuyo establecimiento no corresponde a esta Instrucción.

venga, o por partidaalzada, las cimbras o elementos auxiliares especiales que se requieran, de acuerdo con el proceso de construcción previsto. Además, si se prevén encofrados, armaduras, hormigones u otros elementos, de diferentes calidades o costos, se indicarán, por separado, los precios correspondientes, de acuerdo con las distinciones que se establezcan en el Pliego de Condiciones.

2.1.11. La composición de estos precios se hará indicando la procedencia y medios de transporte previstos para los materiales, así como los jornales base considerados.

2.1.12. Esta composición podrá, sin embargo, suprimirse, siempre que la estructura, por su tipo y ubicación, permita establecer los precios globales, de ejecución o de contrata, por comparación con otras obras realizadas; pero indicando, en todo caso, por separado, los precios totales de excavación, encofrado, armaduras y hormigón, en las unidades antedichas.

2.1.13. Las MEDICIONES irán detalladas por elementos y claramente referidas a los planos, en cada una de sus partidas, de forma que puedan revisarse fácil y rápidamente.

2.1.14. Un ANTEPROYECTO constará de los mismos documentos anteriores, reduciendo los cálculos a tanteos aproximados, indicando en los planos solamente las dimensiones generales, sin detalle de armaduras e incluyendo unas mediciones y presupuestos también aproximados. Puede prescindirse del Pliego de Condiciones, pero se insistirá especialmente en la justificación del tipo estructural adoptado, en la disposición y dimensiones aproximadas de sus elementos principales y en su posible proceso constructivo.

bases de concurso

2.2

2.2.1. En caso de concurso de proyectos, se recomienda que los valores característicos de las sobrecargas de explotación y ecológicas (V. A. 3.6.2 y 3.6.4) aparezcan especificados en las BASES DE CONCURSO, bien por indicación expresa, bien por referencia a una Norma que los defina inequívocamente. Análogo criterio debe seguirse con el valor —o valores, en su caso— del coeficiente de mayoración (V. Art. 3.7) que haya de utilizarse en el proyecto.

Se recomienda tener presente la Norma UNE 24042, "Condiciones generales para la contratación de obras"

tercera parte

**cálculo de piezas lineales planas
articulado**

campo de aplicación

3.1

3.1.1. Esta tercera parte de la Instrucción H.A.61 del I. E. T. C. C. se refiere al cálculo de piezas lineales planas, que poseen un plano de simetría conteniendo la directriz y están sometidas a fuerzas que, en cada sección, presentan su resultante en dicho plano.

3.1.2. No se refiere esta parte de la Instrucción al cálculo de estructuras por métodos plásticos.

3.1.3. Expresamente quedan fuera del campo de aplicación de esta parte de la Instrucción:

- las estructuras de hormigón en masa
- las estructuras de hormigón ligero
- los elementos de armadura rígida (perfiles laminados) y estructuras mixtas de hormigón y acero
- los elementos de hormigón pretensado
- las piezas de hormigón armado que hayan de estar sometidas a temperaturas mayores de setenta grados centígrados.

características mecánicas del hormigón

3.2

3.2.1. La resistencia característica R_k (V. A. 1.7.2) del hormigón, expresada en kg/cm^2 , no será inferior a:

$$R_L = 55 + 0,025 A_k$$

donde:

A_k es la resistencia característica del acero (V. A. 3.4.1), expresada en kg/cm^2 .

Esta condición se satisface siempre con aceros ordinarios en los que $A_k \leq 3.000 \text{ kg/cm}^2$, con tal de que el hormigón cumpla la condición mínima, $R_k \geq 130 \text{ kg/cm}^2$, exigida en el apartado 1.7.1.

De no cumplirse la condición $R_k \geq R_L$, no podrá considerarse en el cálculo un valor de la resistencia característica del acero mayor que:

$$A_k = 40 R_k - 2.200$$

con R_k y A_k en kg/cm^2 .

3.2.2. Por *resistencia minorada del hormigón*, \underline{R} , se entiende su resistencia característica, R_k , dividida por un *coeficiente de minoración*, C_s , o de seguridad relativo al hormigón. En general, se adoptará para C_s el valor $C_s = 1,6$.

3.2.3. La resistencia minorada \underline{R} podrá elevarse en un 7 % cuando se trate de hormigones de elementos prefabricados y curados en talleres provistos de los adecuados equipos de control.

3.2.4. Por el contrario, la resistencia minorada \underline{R} se reducirá en un 10 % cuando se trate de calcular piezas hormigonadas verticalmente (caso de soportes), para tener en cuenta los defectos producidos por causa de la desigual compactación.

3.2.5. Cuando hayan de presentarse fuertes diferencias de tensión muy frecuente y repetidamente (del orden de más de

medio millón de veces), el proyectista considerará la influencia que la fatiga pueda ejercer en la resistencia del hormigón (V.C.).

3.2.6. Por razones de seguridad, se prescinde de la resistencia a tracción del hormigón. Para aquellos estudios especiales en los que el proyectista estime necesario considerarla, habrá de justificar debidamente el valor adoptado (V. C.).

3.2.7. Para los estudios relativos a esfuerzo cortante, dentro de las limitaciones que establece esta Instrucción, se denomina *resistencia cortante virtual minorada* el valor:

$$\underline{R}'' = \frac{1}{2} \sqrt{\underline{R}}$$

en donde \underline{R}'' y \underline{R} vienen expresadas en kg/cm².

características reológicas del hormigón

3.3

3.3.1. En principio, se acepta para el hormigón todo diagrama tensiones-deformaciones, en compresión, suficientemente sancionado por la experiencia en cuanto a los resultados, habida cuenta, tanto del efecto de los tiempos de carga como del cansancio o pérdida de resistencia por causa de la duración de aquélla.

3.3.2. Se recomienda, no obstante, utilizar las hipótesis del artículo 3.18 para el cálculo de secciones en estado de agotamiento.

3.3.3. En aquellos casos especiales en los que sea necesaria la determinación de deformaciones, puede sustituirse, con aproximación suficiente, el diagrama real tensiones-deformaciones, por uno rectilíneo, al que corresponde un valor constante del módulo de elasticidad, igual a:

$$E_b = 21.000 \sqrt{R_k} \text{ para cargas breves}$$

$$E_b = 14.000 \sqrt{R_k} \text{ para cargas duraderas o permanentes en climas húmedos}$$

$$E_b = 8.500 \sqrt{R_k} \text{ para cargas duraderas o permanentes en climas secos}$$

estando expresados E_b y R_k en kg/cm^2 (V. C.).

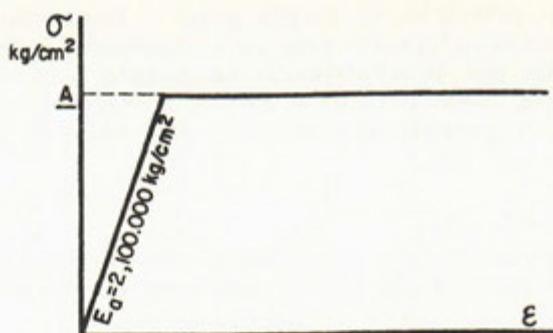


Fig. 3.4.3

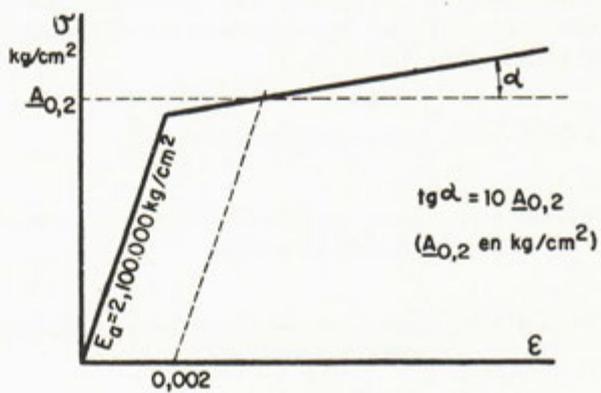


Fig. 3.4.4 a

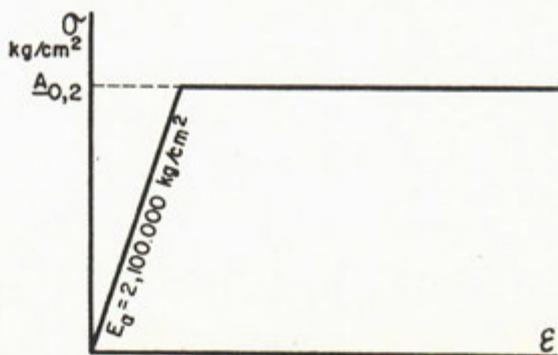


Fig. 3.4.4 b

características de las armaduras

3.4

3.1.1. Por *resistencia característica del acero* A_k , $A_{0,2k}$, se entiende *:

- en los aceros ordinarios de construcción, su límite elástico característico, A_k (V. A. 1.6.6)
- en los aceros estirados en frío o especiales sin escalón de relajamiento prolongado, su límite elástico convencional característico, $A_{0,2k}$ (V. D.).

Por *resistencia minorada del acero* \underline{A} , $\underline{A}_{0,2}$, se entiende * su resistencia característica A_k , $A_{0,2k}$, dividida por un *coeficiente de minoración*, C_a , o de seguridad relativo al acero. En general, se adoptará para C_a el valor $C_a = 1,2$.

3.1.2. Se denomina *capacidad mecánica*, U , U' , U'' , de una armadura, el producto del área de su sección transversal recta por la resistencia minorada del acero.

En el cuadro núm. 1 del Anejo de Cálculo se dan los valores de U , U' , U'' , correspondientes a barras lisas de acero ordinario, en función de su número y diámetro.

3.1.3. Para los aceros ordinarios de construcción y a efectos de cálculo, el diagrama real tensión-deformación se considerará sustituido por uno birrectilíneo que, en el primer tramo, presenta un módulo de elasticidad igual a $2.100.000 \text{ kg/cm}^2$; y en el segundo tramo, presenta una tensión constante, igual a la resistencia minorada, \underline{A} (V. F. 3.4.3).

3.1.4. Con armaduras de acero estirado en frío o especiales sin escalón de relajamiento prolongado, y a efectos de cálculo, el diagrama real tensión-deformación se considerará sustituido por uno birrectilíneo, que en el primer tramo presenta el mismo módulo de elasticidad antedicho y en el segundo tramo está representado por una recta que, pasando por el punto de de-

* A pesar de la notación introducida en este apartado, y por razones de sencillez, a lo largo de esta Instrucción se designan, en general, por A_k y \underline{A} las resistencias característica y minorada del acero, respectivamente, *cualquiera que sea la clase de éste*. La notación $A_{0,2k}$, $\underline{A}_{0,2}$ se emplea únicamente en los casos en que interese distinguir, entre sí, los dos tipos de acero mencionados en este apartado.

formación remanente igual a dos milésimas —correspondiente a un valor de la tensión igual a la resistencia minorada $\underline{A}_{0.2}$ —, tiene una pendiente igual a diez veces el valor de dicha resistencia minorada, expresado en kilogramos por centímetro cuadrado (V. F. 3.4.4 a).

Para estos aceros especiales, se acepta la simplificación de suponer que el primer tramo se prolonga hasta la tensión $\underline{A}_{0.2}$, y que el segundo es de tensión constante, igual a $\underline{A}_{0.2}$ (V. F. 3.4.4 b).

características térmicas del hormigón armado

3.5

3.5.1. En condiciones normales, con temperaturas inferiores a 70° C, el coeficiente de dilatación térmica se puede considerar de diez millonésimas (0,00001) para el conjunto de hormigón y acero.

3.6.1. Se entiende por *carga*, F , cualquier acción, o conjunto de acciones, capaz de producir estados tensionales en la estructura.

3.6.2. Las cargas se clasifican en los grupos siguientes:

a) *las cargas permanentes*, G , que actúan en todo instante, y están constituidas por el peso propio y las cargas muertas

b) *las sobrecargas*, P , que pueden actuar o dejar de actuar, y que, según su carácter, pueden agruparse en:

— *sobrecargas de explotación*, que pueden cambiar de una parte a otra de la estructura, y pueden ser, también, móviles o rodantes, con o sin efectos dinámicos

— *sobrecargas ecológicas*, que incluyen las de viento o nieve; los efectos ocasionados por la retracción; los ocasionados por las variaciones térmicas o higrométricas del medio que rodea la estructura; los producidos por los asientos o movimientos posibles de las sustentaciones; y, en su caso, los efectos sísmicos

— *sobrecargas de ejecución*, no incluidas en los grupos anteriores, que pueden producirse en obra, según el proceso de construcción previsto

— *sobrecargas excepcionales*, de carácter anormal y difícilmente previsibles, que superan fuertemente a las de explotación.

Para cada una de las cargas mencionadas, debe distinguirse su valor nominal, su valor característico y su valor mayorado, de acuerdo con las definiciones dadas en los apartados 3.6.4 y 3.6.7.

3.6.3. Salvo en casos especiales, se autoriza a sustituir los efectos dinámicos que puedan producir las sobrecargas, por su equivalente en carga estática.

3.6.4. Se entiende por *carga nominal*, F_n , aquella para la cual se propone la utilización de la estructura*.

* El valor de la sobrecarga nominal de explotación debe figurar en lugar visible de la obra, según se recomienda en el apartado 2.1.9.

Se entiende por *carga característica*, F_k , la máxima previsible, no excepcional, durante la vida de la estructura.

La fijación de los valores nominales y característicos de las cargas corresponde, en general, a los Organismos competentes; y, en casos muy particulares, al propio proyectista *.

3.6.5. En estos casos particulares, la fijación del valor característico de la carga se hará a partir de aquel valor, F_m , que parezca ofrecer la misma probabilidad de ser superado que de no serlo, durante la vida prevista de la estructura; teniéndose en cuenta, además, las probables variaciones que sobre el valor de F_m puedan presentarse en la práctica.

3.6.6. De acuerdo con el apartado anterior, el valor característico de la carga viene dado por:

$$F_k = F_m (1 + \delta)$$

donde:

F_m = la media de los valores máximos de la carga, obtenidos estadísticamente de casos análogos (con igual carga nominal), y habida cuenta, en su caso, de los posibles incrementos de la carga nominal que quepa prever para el futuro.

δ = la dispersión (desviación standard relativa) que acusen los valores estadísticos utilizados.

3.6.7. El valor de la carga característica, F_k , multiplicado por el oportuno coeficiente de mayoración, C_M (V. Art. 3.7), define la *carga mayorada*, F .

* El I. E. T. C. C. tiene incluida, en su programa de trabajos, la elaboración de unas Recomendaciones con una propuesta sobre los valores aconsejables para ambos tipos de cargas.

establecimiento de cargas mayoradas

3.7

3.7.1. Como norma general, siempre que el tipo de estructura y las hipótesis de cálculo permitan una buena confianza en los resultados de éste, y que la ejecución se atenga estrictamente a las prescripciones contenidas en la primera parte de esta Instrucción, el coeficiente de mayoración, C_M , adoptará los valores siguientes:

- a) $C_M = 1,25$ si no es probable que el hundimiento de la obra produzca víctimas, ni daños o perjuicios graves (silos, acequias, obras provisionales, etc.);
- b) $C_M = 1,40$ cuando los daños previsibles por el hundimiento se estimen como graves (puentes, edificios para viviendas, naves industriales, etc.);
- c) $C_M = 1,65$ si se prevé que las consecuencias del hundimiento pueden ser muy graves (teatros, tribunas, etcétera).

3.7.2. Estos coeficientes podrán reducirse en un 8 %, 12 % y 16 %, respectivamente, para su aplicación a la combinación más desfavorable (V. A. 3.11.5) de todos los efectos permanentes, de explotación y ecológicos, citados en el apartado 3.6.2.

3.7.3. En todo caso, el autor del proyecto podrá corregir estos valores de los coeficientes de mayoración, combinados con los de minoración, siguiendo el criterio de que la probabilidad de hundimiento resultante proporcione un coste generalizado mínimo de la construcción total; entendiéndose por *coste generalizado* el coste inicial más el producto de la probabilidad de accidente por: la suma del coste de reconstrucción, más la cuantía de los daños y perjuicios que pudiera causar aquél*.

En el apéndice 3.7 se indica el método práctico de cálculo que puede utilizarse, de acuerdo con el criterio mencionado.

* Una medida de este valor puede venir dada por la capitalización de la prima de seguro que cubriera los riesgos de las pérdidas ocasionadas por el accidente.

Debe hacerse notar que en la evaluación de los daños producidos por el posible accidente, hay que considerar también, de algún modo, los perjuicios que pudieran ocasionar las posibles reacciones psicológicas, sociales, o de otro tipo.

3.8.1. Para el peso específico del hormigón armado, caso de no medirse directamente, se tomará $2,5 \text{ t/m}^3$ como valor característico.

Para las cargas muertas se tomarán los valores característicos con arreglo a las dimensiones y pesos específicos que correspondan, habida cuenta de las dispersiones que puedan presentarse en obra (caso de espesores de pavimentos, por ejemplo).

3.8.2. En el estudio del equilibrio, en aquellos casos especiales en los que el peso propio constituya una carga estabilizante de gran importancia, y únicamente para aquellas hipótesis de cálculo en las que su actuación resulte favorable, será necesario determinar directamente el valor característico del peso específico del hormigón armado correspondiente; o se reducirá oportunamente, para su utilización en el cálculo, el valor $2,5 \text{ t/m}^3$ que se cita en el apartado 3.8.1. Normalmente, dicha reducción puede evaluarse en un 10 %.

En relación con las cargas muertas se adoptará un criterio análogo.

sobrecargas de explotación

3.9

3.9.1. Las sobrecargas nominales y características de explotación se establecerán y justificarán en cada caso. Salvo indicación especial por los Organismos competentes acerca de cómo deban calificarse las sobrecargas establecidas en las Instrucciones en vigor, se considerarán dichas sobrecargas, a los efectos de esta Instrucción, como características, suponiéndose que las nominales son inferiores a ellas en un 10 por 100.

3.10.1. En tanto no se disponga de una Norma específica de sobrecargas debidas a viento y nieve, podrán utilizarse, considerándolos como característicos, los valores sancionados por la práctica, u otros que se justifiquen debidamente.

3.10.2. En general, para unas condiciones medias, puede considerarse el valor característico de la retracción igual a doscientas cincuenta millonésimas (0,00025).

Este valor puede corregirse, según el clima y la cantidad de armadura (V. C.).

En estructuras sumergidas en agua o enterradas en suelos no excesivamente secos, puede prescindirse de la retracción.

3.10.3. En estructuras a la intemperie, y salvo justificación especial, se considerará una variación térmica característica, en más y en menos, no menor de la dada en grados centígrados por la expresión:

$$20 - (0,75 \sqrt{\text{espesor del elemento en cm}} \geq 20)$$

En estructuras abrigadas de la intemperie, estos valores pueden reducirse a la mitad.

En obras enterradas, puede incluirse en el espesor del elemento el correspondiente a la capa de tierra que lo recubre y aísla del exterior.

En estructuras formadas por elementos de distinto espesor, para simplificar los cálculos, se admite una tolerancia de $\pm 5^{\circ}$ C en los valores resultantes.

En elementos de pequeño espesor, sometidos a soleamiento por alguna de sus caras, se recomienda estudiar los efectos de las diferencias de temperatura de una parte a otra del elemento, producidos por la radiación solar (V. C.).

Igualmente se estudiará este efecto cuando elementos de poco espesor hayan de estar sometidos a un caldeoamiento artificial por una cara o paramento.

3.10.4. En aquellos casos especiales en los que sean de prever asientos o corrimientos de las sustentaciones relativamente influyentes, a juicio del proyectista, en el comportamiento de la estructura, se determinarán y justificarán sus valores característicos con arreglo a las teorías de la Mecánica del Suelo.

3.10.5. En general, no es necesario tener en cuenta, en los cálculos, la actuación de fenómenos sísmicos. En tanto no se disponga de Normas específicas sobre el particular, y en los casos en que las especiales características de la estructura y de su lugar de ubicación lo justifiquen, el proyectista considerará la posible repercusión de tales efectos sobre la seguridad de la estructura, adoptando, en consecuencia, las oportunas medidas.

3.11.1. Se entiende por *solicitud* el esfuerzo o conjunto de ellos (esfuerzo axil, N , momento flector, M , esfuerzo cortante, T) que, como consecuencia de las cargas, actúa sobre una o varias secciones o rebanadas de un elemento de la estructura.

3.11.2. En general, las sobrecargas excepcionales (V. A. 3.6.2) no se considerarán en el cálculo. Cuando se estime necesario tenerlas en cuenta, podrá reducirse oportunamente el valor del coeficiente de mayoración C_M (V. A. 3.7.1).

3.11.3. En casos especiales, y de acuerdo con el proceso constructivo previsto, se considerarán en el cálculo las sobrecargas de ejecución (V. A. 3.6.2), juntamente con el resto de cargas y sobrecargas compatibles con ellas. En dicho cálculo podrá reducirse el valor del coeficiente de mayoración C_M (V. A. 3.7.1), a juicio del proyectista.

3.11.4. Se calcularán por separado las solicitudes producidas por las cargas permanentes, las sobrecargas de explotación —en su combinación más desfavorable—, y las sobrecargas ecológicas —igualmente en su combinación más desfavorable—; adoptando, para todas ellas, sus valores mayorados*.

3.11.5. Las tres solicitudes deducidas según el apartado 3.11.4 se combinarán, sumándolas algebricamente, de la forma que sigue:

permanentes + de explotación

permanentes + ecológicas

permanentes + de explotación + ecológicas

permitiéndose aplicar, a la última de estas combinaciones, la reducción que corresponda, de acuerdo con el apartado 3.7.2.

Efectuada dicha reducción, se adoptará como *solicitud pésima* la más desfavorable de las tres combinaciones mencionadas.

* En cuanto a las cargas permanentes, hay un caso de excepción tratado en el último párrafo del apartado 3.11.5.

En los casos especiales en los que la sollicitación pésima resulte disminuída por el efecto de la carga permanente, se considerará ésta sin mayorar en toda la estructura*; si bien, a juicio del proyectista, podrá prescindirse de esta consideración cuando se trate de estructuras normales de edificación o análogas.

3.11.6. En las combinaciones mencionadas en los apartados 3.11.4 y 3.11.5 sólo se considerarán aquellas cargas y sollicitaciones consiguientes que, lógicamente, resulten compatibles. En todo caso, se tendrán presentes las indicaciones que a este respecto puedan figurar en las Instrucciones oportunas.

3.11.7. Se denomina *estado pésimo de carga*:

- en el estudio de secciones, el que produce la sollicitación pésima en la sección considerada
- en el estudio del equilibrio de una estructura o parte de ella, el constituido por la peor combinación de cargas y sobrecargas; cada una de ellas mayorada o no, según resulte más desfavorable. Debe recordarse, a estos efectos, lo establecido en el apartado 3.8.2.

3.11.8. Se denomina *sollicitación de agotamiento* (N^* , M^* , T^*) en una sección dada, la que sería capaz de producir un fallo resistente total, instantáneo o diferido, en el supuesto de que los materiales del elemento considerado tuviesen, como resistencias reales, las resistencias minoradas.

3.11.9. Los cálculos deberán garantizar, con arreglo a los métodos y prescripciones de los artículos que en cada caso se citan, que tanto la estructura en su conjunto como cada uno de sus elementos cumplen las condiciones:

- a) *Bajo los estados pésimos de carga* no se sobrepasarán los límites del equilibrio (vuelco, deslizamiento, etc.) (V. Art. 3.12).

* No es necesario considerar la posibilidad de simultaneidad de valores mayorados de la carga permanente en una parte de la estructura, y no mayorados en otra. (Por ejemplo, en una viga continua, no es necesario considerar la combinación del peso propio mayorado en un tramo, y sin mayorar, en otro.)

- b) *Las solicitaciones pésimas* no sobrepasarán, en ninguna sección, la solicitación de agotamiento correspondiente (V. Art. 3.13).
- c) *Los estados pésimos de carga* no sobrepasarán los límites de estabilidad (V. Art. 3.14).
- d) *Bajo la combinación más desfavorable de solicitaciones sin mayorar* no se sobrepasarán los oportunos límites de fisuración *, para asegurar la durabilidad de la estructura en las condiciones ambientales a que haya de estar sometida (V. Art. 3.15).
- e) *La combinación más desfavorable de solicitaciones sin mayorar* no producirá deformaciones * ni corrimientos superiores a los límites que puedan haberse establecido por razones funcionales o estéticas, según el tipo y finalidad de la estructura (V. Art. 3.16).

* Los cálculos de fisuración y de deformaciones deben corresponder a las condiciones de servicio —no a las de agotamiento— de la estructura y, por tanto, en ellos, deben utilizarse, en rigor, las solicitaciones sin mayorar y las características resistentes de los materiales sin minorar. Este criterio se ha observado para la elaboración de los artículos 3.15 y 3.16. No obstante, al redactarlos, las fórmulas prácticas resultantes se han expresado en función de las solicitaciones pésimas y de las resistencias minoradas, para mantener la uniformidad con el resto de la Instrucción.

3.12.1. Las condiciones de equilibrio se calcularán con arreglo a los principios y métodos de la Mecánica Racional, teniendo en cuenta las condiciones de las sustentaciones de acuerdo con la técnica de la Mecánica del Suelo.

cálculo de solicitaciones

3.13

3.13.1. El cálculo de esfuerzos (esfuerzo axial, momento flector o esfuerzo cortante), se hará con arreglo a los principios de la Mecánica Racional, complementados, en caso necesario, por las teorías clásicas de la Elasticidad y de la Resistencia de Materiales.

3.13.2. Salvo justificación especial, se considerará como luz de cálculo de la pieza la menor de las dos longitudes siguientes:

- la distancia entre ejes de apoyo
- la luz libre más el canto.

3.13.3. Para el cálculo de estructuras formadas por piezas, prismáticas o asimilables a ellas, se pueden considerar los momentos de inercia de las secciones completas de hormigón, prescindiendo de las armaduras.

3.14.1. Entre las teorías acreditadas por la experiencia que pueden utilizarse para la determinación de las cargas críticas de pandeo, se recomienda la que sigue, que asimila el efecto de dichas cargas al de una flexión compuesta.

3.14.2. No es necesaria la comprobación al pandeo en elementos que presenten esbelteces geométricas (L/b_p) menores del séptimo del coeficiente K que les corresponda, de acuerdo con el apartado 3.14.3.

3.14.3. En piezas de sección rectangular, sometidas a compresión centrada o excéntrica, bastará comprobar las condicio-

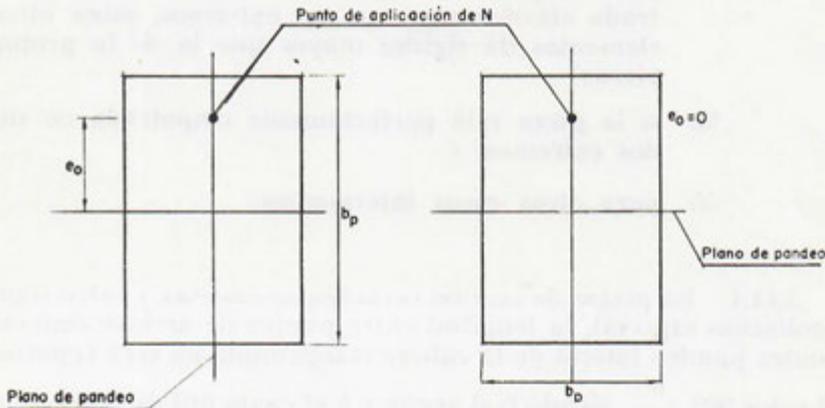


Fig. 3.14.3

nes de agotamiento en los dos planos posibles de pandeo, suponiendo que a la excentricidad de la carga, si la hay, se añade otra adicional dada por la fórmula:

$$\frac{1}{K^2} \left(1 + \frac{0,4e_0}{b_p + e_0} \right) \frac{L^2}{b_p}$$

siendo:

b_p = la dimensión correspondiente al plano de pandeo que se considera (V. F. 3.14.3);

e_0 = la excentricidad real respecto al eje de simetría perpendicular al plano de pandeo;

L = la longitud de la pieza, y

K = un coeficiente cuyos valores son:

- 24 si la pieza está libre en un extremo y empotrada en el otro;
- 48 si la pieza está articulada en sus dos extremos, o si, estando impedidos los giros en ambos extremos, pueden correrse libremente el uno respecto al otro;
- 72 si está articulada en un extremo y empotrada en el otro, sin corrimiento transversal posible del primero respecto al segundo; o bien, si está empotrada elásticamente en sus extremos, sobre otros elementos de rigidez mayor que la de la propia pieza;
- 96 si la pieza está perfectamente empotrada en sus dos extremos, y
- 55 para otros casos intermedios.

3.14.4. En piezas de sección rectangular exentas, y salvo comprobación especial, la longitud entre puntos de arriostramiento contra pandeo lateral de la cabeza comprimida no será superior al valor $200 \frac{b^2}{h}$, siendo b el ancho y h el canto útil de la sección.

3.14.5. En los casos poco frecuentes de piezas en T que vayan exentas, y salvo estudio especial del pandeo, se cumplirán (V. F. 3.14.5) las siguientes condiciones:

- el espesor del ala no será inferior al octavo del vuelo, a cada lado del nervio
- la altura libre del nervio no será superior a ocho veces el espesor del mismo
- la longitud entre puntos de arriostramiento contra pandeo lateral de la cabeza comprimida, no será superior a doce veces la anchura total de dicha cabeza.

El cumplimiento de las dos primeras condiciones no es necesario si la pieza está provista de rigidizadores de ala adecuados.

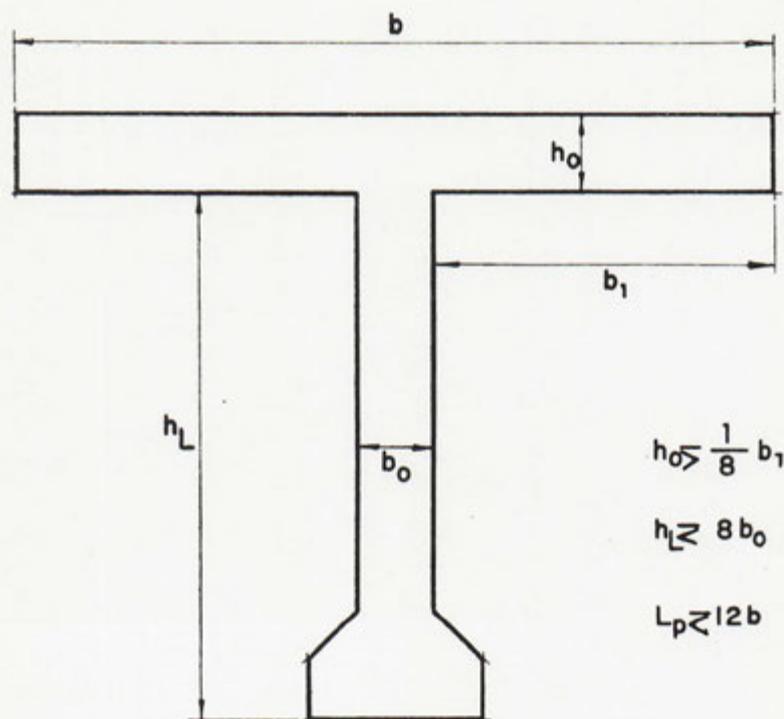


Fig. 3.14.5

3.14.6. Para piezas de sección no rectangular, puede sustituirse, en la fórmula del apartado 3.14.3, la dimensión b_p por tres veces y media el radio de giro correspondiente de la sección.

3.14.7. Cuando se trate de piezas de forma especial —huecas o de otro tipo— se mantendrán limitaciones análogas a las del apartado 3.14.5, con el fin de garantizar que no han de presentarse fenómenos de inestabilidad o tensiones secundarias anormales.

3.15.1. Se limitará oportunamente la amplitud de la fisuración, con objeto de asegurar la durabilidad de la estructura en las condiciones ambientales a que haya de estar sometida.

En este sentido, pueden observarse las recomendaciones de este artículo, que tienden a mantener la abertura de fisuras dentro de los siguientes órdenes de magnitud:

- tres décimas de milímetro en estructuras normales, abrigadas de la intemperie o ubicadas en zonas de clima relativamente seco
- dos décimas de milímetro en obras o elementos sometidos a la intemperie, lluvias, heladas, etc.
- una décima de milímetro en ambientes especialmente agresivos (depósitos de locomotoras, elementos sometidos a la carrera de marea o rociones salinos, etc.).

3.15.2. No es necesario comprobar la condición de fisuración (V. A. 3.15.4) en aquellas secciones (V. F. 3.15.2) en las que se cumplen las dos condiciones siguientes:

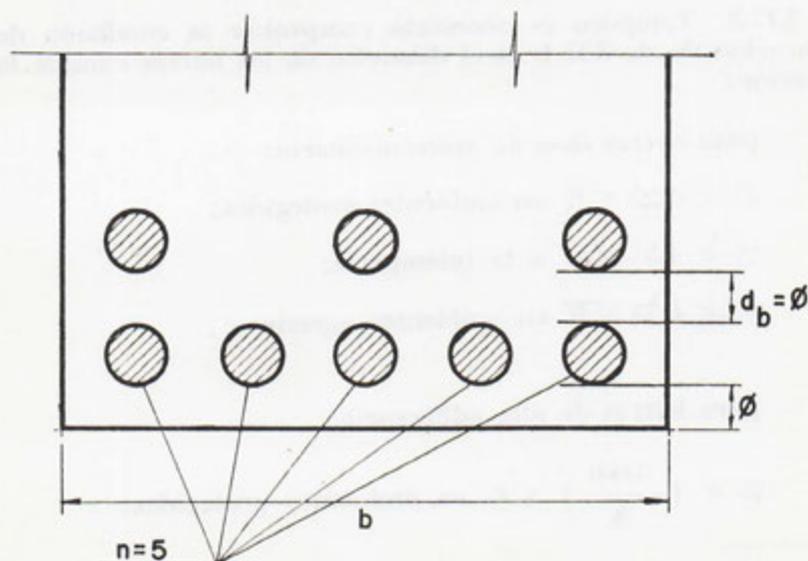


Fig. 3.15.2

* Véase nota al pie del apartado 3.11.9.

- la distancia libre, d_b , entre dos capas adyacentes de barras, así como el recubrimiento de la capa exterior, es igual a un diámetro,
- la anchura, b , en centímetros de la zona de tracción, dividida por el número, n , de barras de la capa exterior, no supera el valor indicado, para cada caso, en la tabla siguiente:

	Ambientes protegidos	Intemperie	Ambientes agresivos
Barras lisas de acero ordinario	28	14	4
Barras de alta adherencia * con $\frac{A}{\text{cm}^2} \leq 3.500$	18	10	3

El segundo caso puede extenderse a resistencias $\frac{A}{\text{cm}^2} > 3.500$ kilogramos/cm², reduciendo proporcionalmente los valores de la tabla **.

3.15.3. Tampoco es necesario comprobar la condición de fisuración (V. A. 3.15.4) si el diámetro de las barras cumple la relación:

- para barras lisas de acero ordinario:
 - $\varnothing \leq 2,25 \sqrt{R}$ en ambientes protegidos;
 - $\varnothing \leq 1,5 \sqrt{R}$ a la intemperie;
 - $\varnothing \leq 0,75 \sqrt{R}$ en ambientes agresivos;

- para barras de alta adherencia:

$$\varnothing \leq \left(\frac{3.600}{A} \right)^2 \sqrt{R} \text{ en ambientes protegidos;}$$

* Los valores que, para este tipo de barras, aparecen en el cuadro, se corresponden con los valores de K indicados en el apartado 3.15.6.

** Con independencia de lo establecido en este apartado, pero igualmente en relación con la distribución de armaduras longitudinales, debe cumplirse, por razones de adherencia, la condición a que hacen referencia los apartados 3.19.8 y 3.19.9.

$$\varnothing \leq \left(\frac{3.000}{\underline{A}} \right)^2 \sqrt{\underline{R}} \text{ a la intemperie;}$$

$$\varnothing \leq \left(\frac{2.100}{\underline{A}} \right)^2 \sqrt{\underline{R}} \text{ en ambientes agresivos.}$$

En las relaciones anteriores deben expresarse el diámetro, \varnothing , en mm, y las resistencias minoradas \underline{R} y \underline{A} , en kg/cm^2 *.

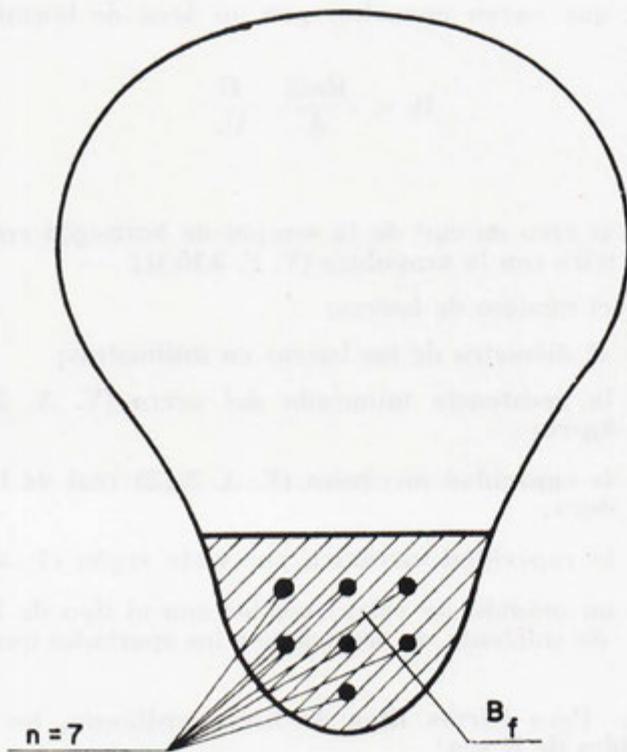


Fig. 3.15.4

* Con independencia de lo establecido en este apartado, pero igualmente en relación con la distribución de armaduras longitudinales, debe cumplirse, por razones de adherencia, la condición a que hacen referencia los apartados 3.19.8 y 3.19.9.

3.15.4. Para que la fisuración se mantenga con suficiente probabilidad dentro de los límites previstos (V. A. 3.15.1), se recomienda disponer las barras de tracción en número y diámetro tales que, proporcionando una sección no inferior a la necesaria para soportar la sollicitación pésima que resulte del cálculo, cumplan la condición de fisuración * :

$$n \varnothing \geq \frac{1}{K} \times B_r \times \frac{A}{U_n}$$

es decir, que vayan envueltas por un área de hormigón, B_r , tal que:

$$B_r \leq \frac{Kn\varnothing}{A} \frac{U}{U_n}$$

siendo:

B_r = el área en cm^2 de la sección de hormigón cobaricéntrica con la armadura (V. F. 3.15.4);

n = el número de barras;

\varnothing = el diámetro de las barras en milímetros;

A = la resistencia minorada del acero (V. A. 3.4.1) en kg/cm^2 ;

U = la capacidad mecánica (V. A. 3.4.2) real de la armadura;

U_n = la capacidad mecánica necesaria según el cálculo;

K = un módulo de valor variable con el tipo de barras y de ambiente, de acuerdo con los apartados que siguen.

3.15.5. Para barras lisas de acero ordinario, los valores aconsejables de K son:

$K = 17.000 \text{ kg}/\text{mm}$ para elementos protegidos;

$K = 8.500 \text{ kg}/\text{mm}$ para elementos directamente sometidos a la intemperie (lluvias, heladas, etc.);

* Con independencia de lo establecido en este apartado, pero igualmente en relación con la distribución de armaduras longitudinales, debe cumplirse, por razones de adherencia, la condición a que hacen referencia los apartados 3.19.8 y 3.19.9.

$K = 2.500 \text{ kg/mm}$ para elementos ubicados en ambientes corrosivos (tales como zonas bañadas por las mareas o expuestas directamente a rociones y vientos salinos; depósitos de locomotoras, etc.).

En los cuadros número 2, 3 y 4 del Anejo de Cálculo se han tabulado los valores de $\frac{Kn\phi}{A}$, según el tipo de ambiente. Dichos valores coinciden con la limitación impuesta a B_1 si, como es corriente, la armadura que se dispone es igual a la necesaria; o bien si, como simplificación que queda del lado de la seguridad, se supone $U = U_n$. En caso contrario, para obtener dicha limitación, basta multiplicar esos valores por $\frac{U}{U_n}$.

3.15.6. Para barras de alta adherencia, los valores de K se fijarán por homologación mediante ensayos en Centro oficial, según el tipo de barra. Sin perjuicio de que deban utilizarse los valores homologados, y a título de orientación sobre su orden de magnitud, pueden indicarse los valores $K = 19.000 \text{ kg/mm}$, $K = 10.500 \text{ kg/mm}$ y $K = 3.500 \text{ kg/mm}$, en correspondencia con los ambientes citados en el apartado 3.15.5.

3.15.7. Para elementos en los que se pretenda una cierta impermeabilidad, se recomienda adoptar los valores $K = 2.500 \text{ kg/mm}$ si se trata de barras lisas y $K = 3.500 \text{ kg/mm}$ si se trata de barras de alta adherencia.

3.15.8. Expresamente se autoriza el empleo de cualquier otra fórmula o disposición, suficientemente sancionada por la experiencia en obra, cuya observancia consiga mantener la amplitud de la fisuración dentro de límites convenientes.

3.16.1. Cuando, por razones funcionales o estéticas, se considere necesario el cálculo de deformaciones y corrimientos resultantes, dicho cálculo se llevará a cabo con arreglo a las teorías clásicas de la Elasticidad y de la Resistencia de Materiales, pudiendo también utilizarse, para los casos prácticos, las fórmulas del comentario 3.16.

3.16.2. De un modo análogo, y en los casos en que sea necesario (cargas alternadas, periódicas, etc.), se hará el estudio de los períodos propios de vibración u oscilación, para evitar que, por su proximidad a los de las cargas exteriores, puedan originar fenómenos de resonancia. A este efecto, pueden utilizarse, igualmente, las fórmulas correspondientes del comentario 3.16.

3.16.3. Para los casos normales de elementos horizontales de edificios, muelles, etc., se indica, sin carácter preceptivo, como límite aceptable para la flecha, el quinientosavo de la luz cuando se calcula bajo las sobrecargas de explotación únicamente; y el trescientosavo, cuando se calcula bajo dichas sobrecargas más las cargas permanentes.

3.16.4. Como se indica en el apartado 2.1.7, es recomendable especificar en los planos las contraflechas que convenga introducir en los encofrados, en previsión de las deformaciones y corrimientos que pueda presentar la obra en servicio.

* Véase nota al pie del apartado 3.11.9.

cálculo de secciones.-principios generales

3.17

3.17.1. Se autoriza, como simplificación, a desarrollar por separado los cálculos relativos a los esfuerzos normal y de flexión por una parte, y al esfuerzo cortante, por otra. Tanto para unos como para otros podrá utilizarse cualquier método debidamente justificado, que esté de acuerdo con las restantes prescripciones de esta Instrucción.

Sin perjuicio de ello, en los artículos 3.18 y 3.19 se indican los métodos y fórmulas prácticas que se consideran recomendables por su comodidad de aplicación y la buena aproximación de sus resultados.

esfuerzos normales y de flexión* bases del método del momento tope 3.18

3.18.1. Correlativamente con el concepto de canto útil, se define como *sección útil*, B, en una sección de hormigón, el área comprendida entre la armadura de tracción o menos comprimida y el borde opuesto, o más comprimido (V. F. 3.18.1 a).

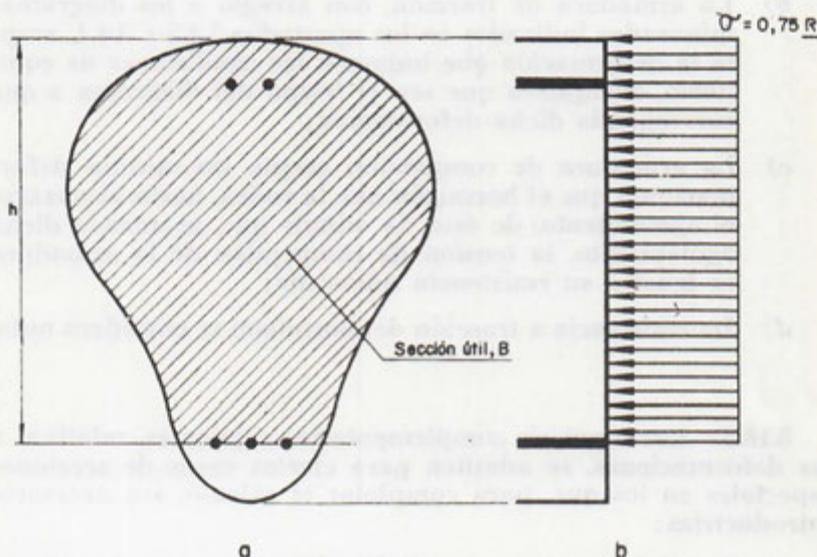


Fig. 3.18.1

Se denomina *momento tope*, M_t , en una sección, el momento producido, con respecto a la armadura de tracción o menos comprimida, por una tensión igual al 75 % de la resistencia minorada del hormigón, aplicada uniformemente a toda la sección útil (V. F. 3.18.1 b).

3.18.2. El cálculo de secciones en agotamiento por el "método del momento tope" está fundado en las hipótesis siguientes:

* Se recuerda lo establecido en el primer párrafo del apartado 3.17.1.

- a) En estado de agotamiento, las tensiones σ en la zona comprimida de la sección * se reparten uniformemente con un valor igual al menor de los dos siguientes:
- la resistencia minorada del hormigón,
 - la tensión que, aplicada uniformemente sobre la zona comprimida, proporciona, respecto a la armadura de tracción o menos comprimida, el momento tope;
- b) La armadura de tracción, con arreglo a los diagramas minorados indicados en los apartados 3.4.3 y 3.4.4, acepta la deformación que imponen las condiciones de equilibrio, cualquiera que sea el tramo del diagrama a que corresponda dicha deformación;
- c) La armadura de compresión acepta las mismas deformaciones que el hormigón que la rodea, hasta alcanzarse el agotamiento, de éste. Se admite que, alcanzado dicho agotamiento, la tensión de compresión de la armadura es igual a su resistencia minorada;
- d) La resistencia a tracción del hormigón se considera nula.

3.18.3. Las hipótesis complementarias siguientes, relativas a las deformaciones, se admiten para ciertos casos de secciones especiales en los que, para completar el cálculo, sea necesario introducirlas:

- e) Las deformaciones longitudinales siguen una ley plana, con fibra neutra normal al plano de simetría de la pieza en el que se suponen actuando las cargas;
- f) La deformación de la fibra de hormigón más comprimida alcanza en agotamiento las treinta y cinco diezmilésimas;
- g) Cuando la profundidad g de la fibra neutra de deformaciones a partir del borde más comprimido, no es mayor que el canto útil ($g \leq h$), la profundidad z de la zona

* Debe entenderse por zona comprimida, no la situada entre la fibra neutra de deformaciones y el borde más comprimido, sino otra menor, de acuerdo con la hipótesis g) ó h), según el caso, del apartado 3.18.3. Fuera de dicha zona comprimida se supone que no hay tensiones en el hormigón.

Conviene advertir, no obstante, que siempre resulta innecesario el conocimiento explícito de la posición de la fibra neutra de deformaciones.

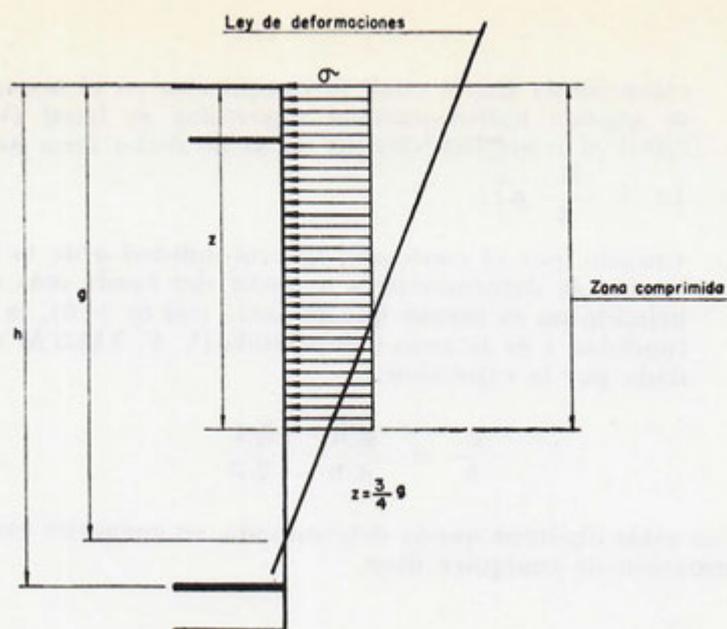


Fig. 3.18.3 g

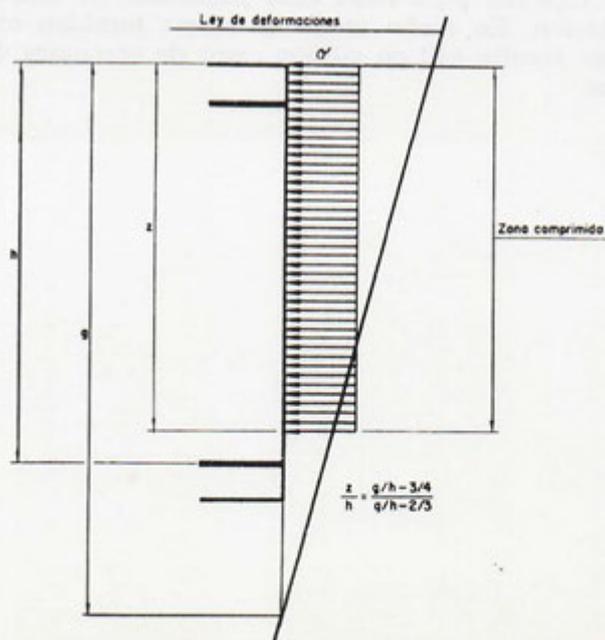


Fig. 3.18.3 h

comprimida (en la cual, la compresión en el hormigón se supone uniformemente repartida) es igual (V. F. 3.18.3 *g*) a los tres cuartos de la de dicha fibra neutra

$$\left(z = \frac{3}{4} g \right);$$

- h*) Cuando, por el contrario, la profundidad *g* de la fibra neutra de deformaciones a partir del borde más comprimido no es menor que el canto útil ($g \geq h$), la profundidad *z* de la zona comprimida (V. F. 3.18.3 *h*) viene dada por la expresión:

$$\frac{z}{h} = \frac{g/h - 3/4}{g/h - 2/3}$$

Con estas hipótesis queda determinada, en cualquier caso, la deformación de cualquier fibra.

3.18.4. De las hipótesis anteriores se deducen las fórmulas para comprobación y dimensionamiento que se exponen en el Anejo de Cálculo, para cada caso particular de sección y tipo de sollicitación. En dicho anejo se indica también un método gráfico que resulta útil en ciertos casos de secciones de formas arbitrarias.

3.19.1. Se admite que las resistencias a esfuerzo cortante del hormigón y de las armaduras transversales pueden actuar aditivamente, de acuerdo con lo que se indica en los apartados siguientes.

3.19.2. La colaboración debida al hormigón puede alcanzar el valor:

$$T_b = K_1 \underline{R}''bh \text{ (unidades kg, cm)}$$

donde:

\underline{R}'' = la resistencia virtual cortante minorada (V. A. 3.2.7);

b = el ancho en sección rectangular;

h = el canto útil; y

K_1 = 1 cuando no existe esfuerzo axial

$$K_1 = \left(1 - \frac{\underline{N}}{0,75 \underline{R}bh + U + U'}\right) \left(1 + \frac{\underline{N}}{0,1 \underline{R}bh}\right) \geq 2$$

si existe un esfuerzo axial de compresión ($\underline{N} > 0$) o de tracción ($\underline{N} < 0$).

Para secciones en T, debe sustituirse b por b_o en todas las expresiones de este apartado.

Para secciones circulares, debe sustituirse b por los tres cuartos del diámetro.

Para secciones de forma cualquiera, debe sustituirse b por el menor ancho que presente la sección dentro de los tres cuartos del canto útil, contados a partir de la armadura de tracción (V. F. 3.19.2 a y b).

* Se recuerda lo establecido en el primer párrafo del apartado 3.17.1.

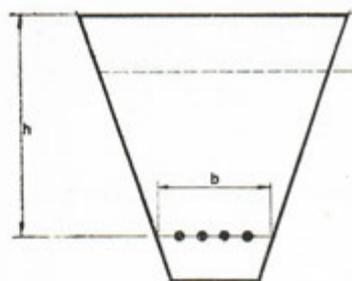


Fig. 3.19.2 a

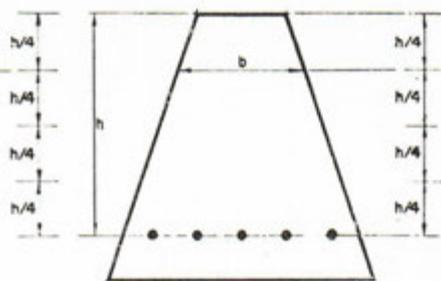


Fig. 3.19.2 b

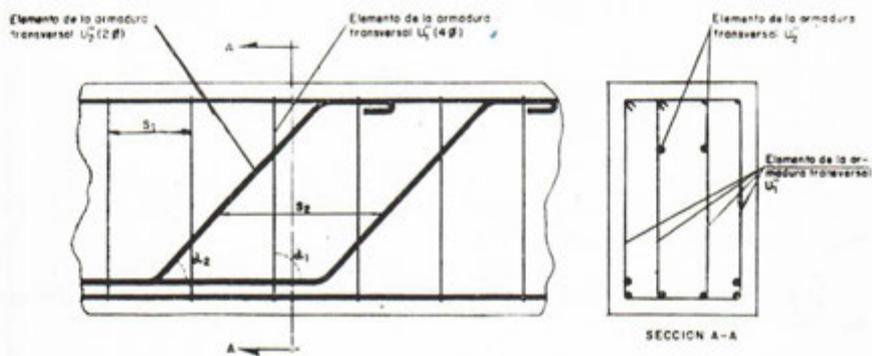


Fig. 3.19.3

3.19.3. Las armaduras transversales, con la salvedad establecida en el apartado 3.19.5, y siempre que estén dispuestas de acuerdo con las prescripciones del artículo 3.25, permiten soportar un esfuerzo cortante adicional igual a:

$$T_a = \Sigma (U'' \varphi) \gt K_2 T_b$$

siendo (V. F. 3.19.3):

U'' = la capacidad mecánica de un "elemento de la armadura transversal" (V. D.). Para el cálculo de U'' debe tenerse en cuenta el apartado 3.19.4;

φ = el factor de eficacia de cada serie de elementos U'' , dado por la expresión:

$$\varphi = \frac{0,9}{s : h} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$$

K_2 = un coeficiente de valor $K_2 = 4$ cuando sólo hay estribos, y $K_2 = 5$ cuando hay, además, barras levantadas. Ambos valores de K_2 pueden aumentarse en un 40 por ciento si se trata de una sección en T que cumple la condición $b \geq 3b_0$.

En el caso particular de que exista solamente una barra levantada (aparte de los estribos), el valor s puede sustituirse, en la expresión de φ , por la longitud de la proyección de la barra levantada sobre el eje de la pieza.

3.19.4. No se considerarán en el cálculo de U'' valores de la resistencia minorada del acero superiores a 3.750 kg/cm².

3.19.5. En el cálculo a esfuerzo cortante, se prescindirá de la colaboración de la armadura transversal cuando resulte:

$$T_a < 0,6 T_b$$

3.19.6. Para facilitar el cálculo del término T_a , puede utilizarse el cuadro núm. 5 del Anejo de Cálculo, que da el factor de eficacia φ en función de los valores α y s/h ; en él también aparecen las capacidades mecánicas U'' en función de \varnothing , para

el caso de barras lisas de acero ordinario. En el cuadro núm. 6 se dan directamente los valores de T_s en toneladas, para el caso de estribos verticales de acero ordinario, en función de su diámetro y separación.

Los valores de ambos cuadros cumplen todos la condición $s \leq 0.75 h (1 + \text{ctg } \alpha)$ impuesta en el apartado 3.25.1.

3.19.7. Cuando sobre la pieza actúan dos fuerzas opuestas, a distancia inferior a un canto, y para tener en cuenta los efectos locales de esas cargas, en el cálculo a esfuerzo cortante de las secciones intermedias puede considerarse disminuído el esfuerzo cortante total en el valor dado por la expresión:

$$\frac{1}{2} F \left(1 - \frac{|x|}{h} \right)$$

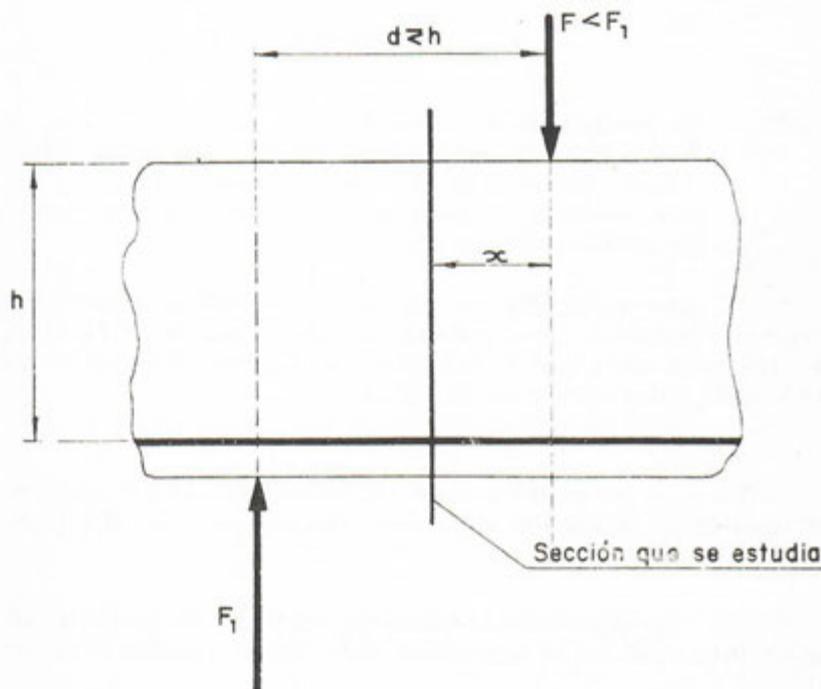


Fig. 3.19.7

donde:

F = la menor de las dos fuerzas opuestas mencionadas, y

$|x|$ = la distancia, en valor absoluto, del punto de aplicación de F a la sección que se estudia (V. F. 3.19.7).

3.19.8. No es necesario efectuar la comprobación expresada en el apartado 3.19.9, si se cumple *, en relación con la armadura de tracción, una cualquiera de las dos condiciones siguientes:

- las barras son lisas de acero ordinario y su diámetro no es superior a 25 mm **.
- el ancho de la zona de hormigón en tracción, dividido por la suma de diámetros de las barras que constituyen la capa exterior, no supera el valor indicado, para cada caso, en la tabla siguiente:

	Armadura transversal		
	Nula	Media	Máxima
Barras lisas de acero ordinario	10	8	6
Barras de alta adherencia ***.	16	12	9

3.19.9. Por razones de adherencia, se comprobará que el número y diámetro de las barras longitudinales de tracción son tales que se cumple * la relación:

$$n \varnothing \geq K \frac{b}{5 \left(1 + \frac{T_b}{T} \right)}$$

* Con independencia de lo establecido en este apartado, pero igualmente en relación con la distribución de armaduras longitudinales, debe cumplirse, por razones de fisuración, la condición a que hacen referencia los apartados 3.15.2, 3.15.3 y 3.15.4.

** No se indica el correspondiente diámetro en barras de alta adherencia, por carecer de experimentación suficiente.

*** Los valores que, para este tipo de barras, aparecen en el cuadro, se derivan del valor $K = 0,625$ indicado en el apartado 3.19.9.

en la cual:

\underline{T} = el esfuerzo cortante pésimo que actúa en la sección,

T_b = el esfuerzo cortante absorbido por el hormigón (V. A. 3.19.2),

b = el ancho de la zona de hormigón en tracción.

K = un coeficiente de valor $K = 1$ para barras longitudinales lisas de acero ordinario. Para barras longitudinales de alta adherencia, el valor de K se fijará por homologación mediante ensayos en Centro oficial, según el tipo de barra, pudiendo indicarse a título de orientación —sin perjuicio de que deba utilizarse el homologado—, el valor $K = 0,625$.

piezas en T y de formas especiales

3.20

3.20.1. A los efectos de este artículo, se denomina *pieza en T* la que presenta la zona de máximas compresiones localizada en la cabeza correspondiente a las alas.

3.20.2. Se denomina *anchura eficaz de ala*, b_e (a cada lado del nervio), la magnitud de la misma que, supuesta trabajando

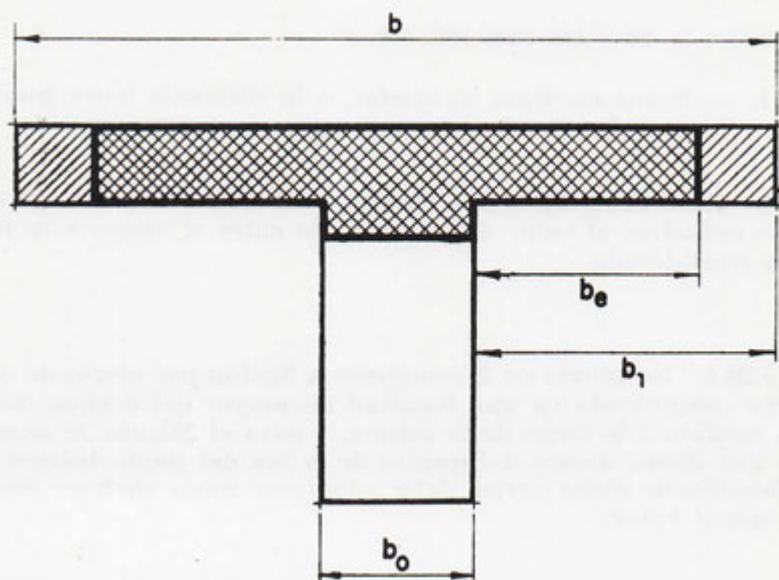


Fig. 3.20.2

con tensiones uniformemente repartidas, es capaz de sustituir a la anchura real del ala, b_1 , sometida a sus tensiones reales, sin modificar la capacidad resistente de la pieza (V. F. 3.20.2).

3.20.3. En piezas en T sometidas a flexión por efecto de cargas repartidas, y salvo estudio especial, como anchura eficaz, b_e , del ala (a cada lado del nervio) puede adoptarse (V. F. 3.20.2) el valor:

$$b_e = b_1 \quad \text{si } L \geq 13 b_1$$

$$b_e = \frac{b_1}{0,9 + 1,3 \frac{b_1}{L}} \quad \text{si } L < 13 b_1$$

en donde:

b_1 = la anchura real del ala, y

L = la luz en vigas apoyadas, o la distancia entre puntos de inflexión si se trata de piezas empotradas.

En secciones próximas a un apoyo, la anchura eficaz del ala debe reducirse al valor de la distancia entre el apoyo y la sección considerada.

3.20.4. En piezas en T sometidas a flexión por efecto de una carga concentrada en una longitud no mayor del décimo de la luz, medida a lo largo de la misma, y para el cálculo de secciones que disten menos del quinto de la luz del punto teórico de aplicación de dicha carga, debe adoptarse como anchura eficaz del ala el valor:

$$b'_e = \frac{M_1 + M_2}{M_1 + \frac{M_2}{0,5 + 5 \frac{a}{L}}} \times b_e \quad \left(\text{con } \frac{a}{L} \leq \frac{1}{10} \right)$$

en donde:

b_e = el valor definido en el apartado 3.20.3;

M_2 = el momento debido a la carga concentrada en la longitud a , medida a lo largo de la luz, y

M_1 = el debido a las cargas repartidas que actúan en la pieza (V. F. 3.20.4).

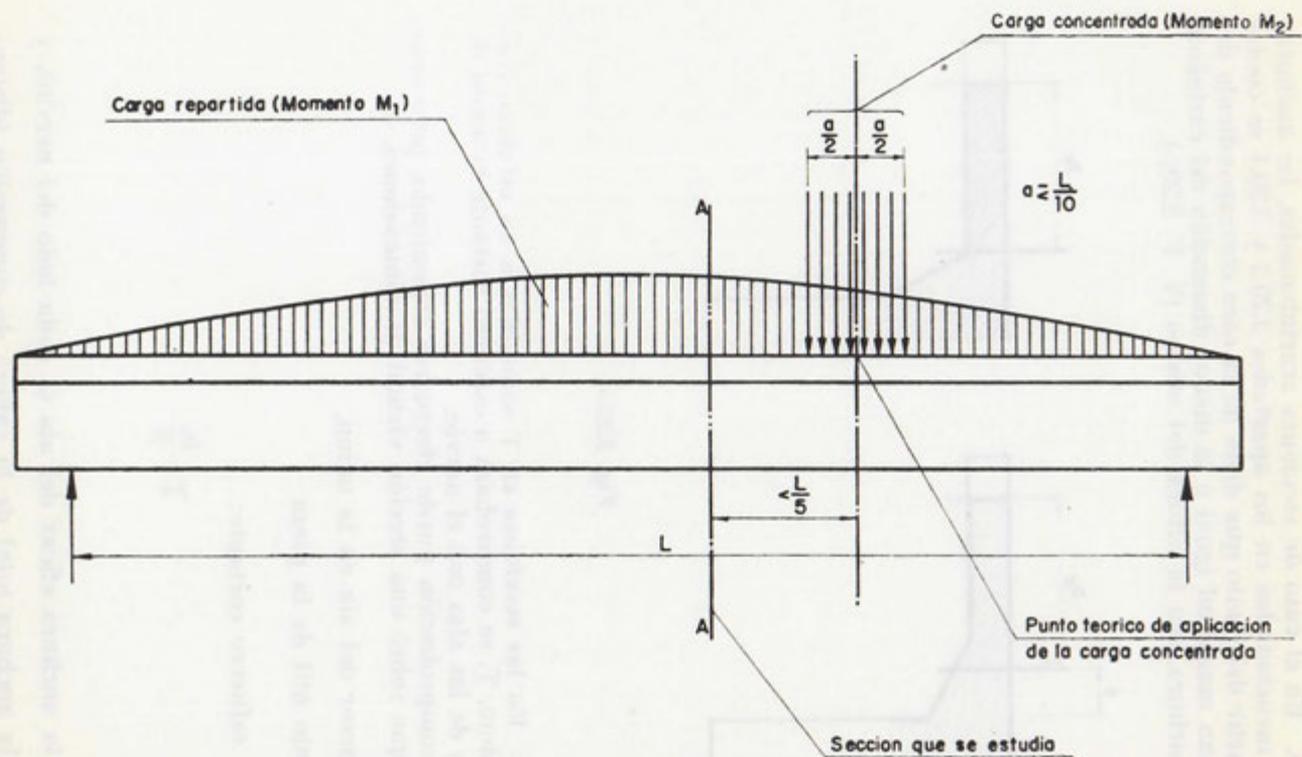


Fig. 3.20.4

3.20.5. En el caso de secciones acartabonadas, las anchuras eficaces mencionadas en los apartados 3.20.3 y 3.20.4 se contarán a partir del punto que diste de la cara correspondiente del nervio una magnitud igual a la menor dimensión del cartabón, sea la anchura, sea la altura del mismo (V. F. 3.20.5).

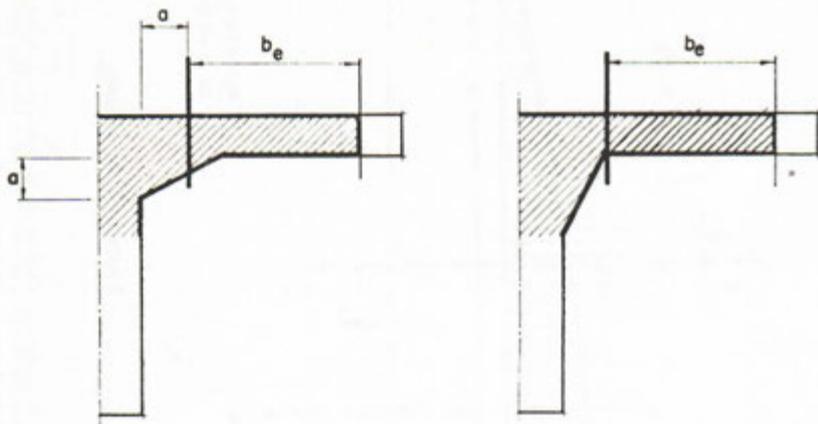


Fig. 3.20.5

3.20.6. En las secciones en T sometidas a un esfuerzo cortante pésimo, T , se comprobará a esfuerzo cortante la unión de cada una de las alas con el nervio.

Esta comprobación puede efectuarse suponiendo, para simplificar, que sobre una sección virtual de dimensiones,

- espesor del ala en la unión,
- canto útil de la pieza

actúa un esfuerzo cortante:

$$T \frac{b_e}{b}$$

siendo:

b_e = la anchura eficaz del ala (a cada lado del nervio), y

b = la anchura total de la cabeza de compresión (distancia entre los extremos de las alas).

En dicha sección, si el hormigón por sí solo es insuficiente para soportar el esfuerzo cortante así calculado, se dimensionarán las oportunas armaduras transversales para absorber el exceso, procediéndose, en todo ello, de acuerdo con los artículos 3.19 y 3.25.

Estas armaduras son las necesarias para absorber el esfuerzo cortante que, en la sección en T considerada, actúa en la unión de cada una de las alas con el nervio (V. C.).

3.20.7. Las secciones hexagonales, octogonales y análogas pueden asimilarse, a todos los efectos de cálculo, a la sección circular inscrita correspondiente.

Para el cálculo de las secciones circulares se tendrá en cuenta el apartado 3.19.2 y las fórmulas correspondientes del Anejo de Cálculo.

...

...

3.21.1. En general, no se contará con los aumentos de resistencia producidos por los zunchos, salvo en elementos muy cortos, sin posibilidad de pandeo.

3.21.2. En estos casos, se prescindirá de la resistencia de la sección de hormigón que queda por fuera del zuncho, y podrá suponerse que el esfuerzo axial de agotamiento, N^* , en el caso de zunchos circulares o en hélice, es igual a:

$$N^* = 0,6 RD_z^2 + U + 4D_z \frac{U_z}{s_z} \geq 2 RD_z^2 + U \geq 2,6 RD_z^2$$

siendo:

D_z = el diámetro del núcleo de hormigón zunchado;

U = la capacidad mecánica de la armadura longitudinal;

s_z = la separación entre espiras (paso de la hélice); y

U_z = la capacidad mecánica de la barra que forma el zuncho.

3.21.3. No se considerarán en el cálculo de U_z valores de la resistencia minorada del acero superiores a 3.750 kg/cm².

3.21.4. La separación s_z entre espiras no superará a ninguno de los tres límites siguientes:

- un quinto del diámetro del núcleo de hormigón zunchado
- ocho veces el diámetro de la barra longitudinal más delgada
- ocho centímetros.

3.21.5. En las piezas zunchadas, el número de barras longitudinales no será inferior a seis.

disposiciones generales relativas a las armaduras

3.22

3.22.1. Para todo lo relativo a colocación de armaduras, se tendrán presentes las diversas prescripciones contenidas en el capítulo IV de la primera parte de esta Instrucción.

3.22.2. Cada una de las dos armaduras, U y U', cumplirá las prescripciones del artículo 3.23 ó 3.24, según trabaje a tracción o a compresión, respectivamente.

En los casos en que no se sabe si la armadura U trabaja a tracción o a compresión*, dicha armadura deberá satisfacer simultáneamente los dos artículos citados.

3.22.3. Como norma general, se procurará disponer los anclajes de las barras longitudinales en zonas de compresión.

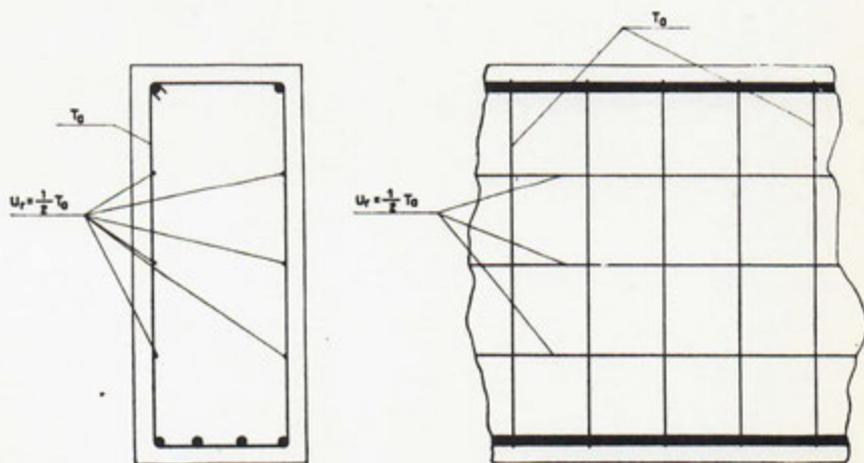


Fig. 3.22.4

3.22.4. En piezas de canto superior a un metro, se dispon-

* Se reconocen estos casos en el Anejo de Cálculo porque, en ellos, la U va afectada, simultáneamente, de las dos limitaciones ($\geq 0,04 RB$, $\geq 0,05 N$) correspondientes a tracción y compresión.

drán armaduras longitudinales distribuidas a lo largo del canto y a cada lado de la sección, con una capacidad mecánica total:

$$U_r \geq \frac{1}{2} T_e$$

siendo:

T_e = el valor definido en el apartado 3.19.3, correspondiente únicamente a los estribos (V. F. 3.22.4).

3.22.5. En todo caso, se procurará no dejar sin armar zonas e hormigón de más de 50 cm de amplitud.

disposiciones relativas a las armaduras de tracción

3.23

3.23.1. La capacidad mecánica de la armadura U, cuando esta armadura trabaje a tracción, cumplirá las limitaciones:

$$U \geq 0,04RB (*)$$

$$U \geq T_a$$

donde:

B = la sección útil de hormigón (V. A. 3.18.1), y

T_a = el valor definido en el apartado 3.19.3, correspondiente únicamente a los estribos.

En el caso en que una sección esté solicitada exclusivamente por una fuerza de tracción actuando entre las dos armaduras ** deberá cumplirse, también, la limitación:

$$U' \geq 0,04RB$$

3.23.2. Las barras de tracción se prolongarán en una longitud igual a medio canto de la pieza, más allá del punto donde teóricamente dejan de ser necesarias a los efectos de la flexión. A partir de la sección así alcanzada, las barras podrán levantarse o anclarse, siendo necesario en este último caso prolongarlas en la longitud de anclaje especificada en el artículo 1.18.

3.23.3. En piezas de sección en doble T, en cajón o análogas, se recomienda que las barras de tracción no queden separadas entre sí a más de tres veces el espesor del ala en que van colocadas (V. F. 3.23.3).

(*) Esta condición resulta satisfecha automáticamente si se utilizan las fórmulas del Anejo de Cálculo.

** Como puede verse en el Anejo de Cálculo, éste es el único caso en que la armadura U' se considera trabajando a tracción.

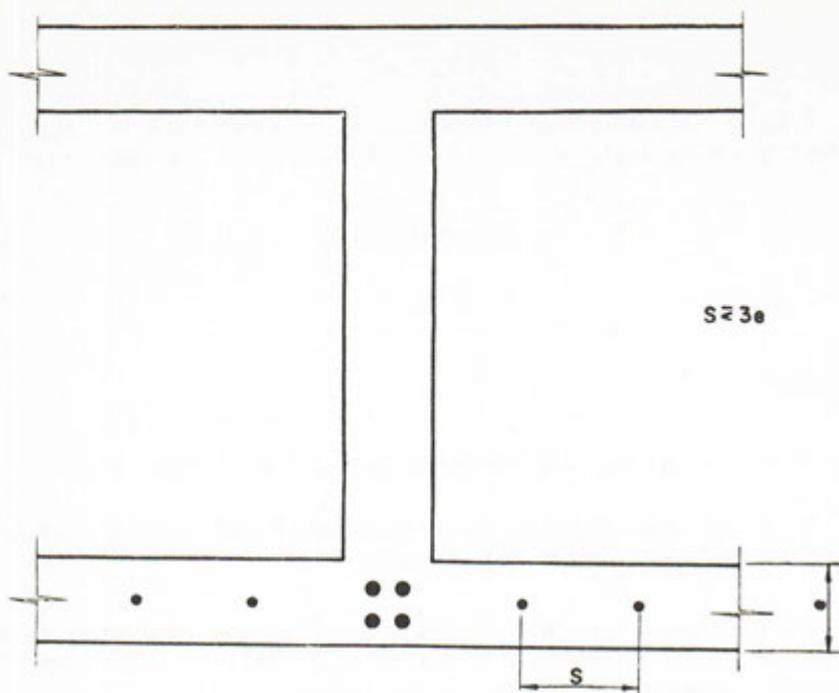


Fig. 3.23.3

3.23.4. En piezas curvas, las armaduras longitudinales de trazado curvo trabajando a tracción junto a paramentos cóncavos, irán envueltas por estribos normales a ellas y capaces de soportar las componentes radiales que aquéllas producen; o sea, con una capacidad mecánica por estribo:

$$U_E = \frac{U \cdot s}{r_c}$$

siendo:

U = la capacidad mecánica de la armadura longitudinal;

r_c = su radio de curvatura, y

s = la separación entre estribos radiales, medida a lo largo de la armadura longitudinal (V. F. 3.23.4).

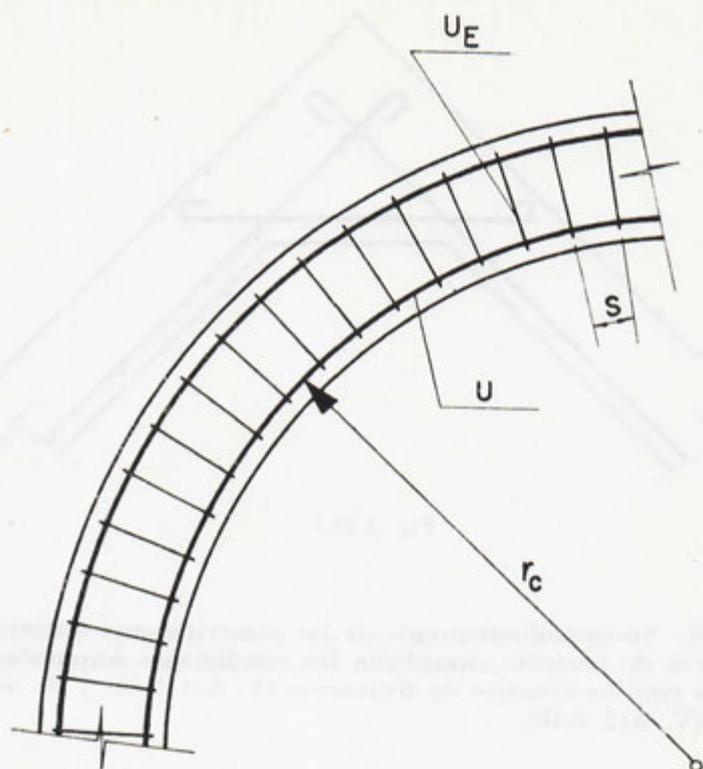


Fig. 3.23.4

3.23.5. En los ángulos de piezas poligonales o análogas y, en general, en los encuentros en ángulo de dos piezas, se evitará colocar, junto al paramento interior, barras continuas de tracción, dobladas según el trazado poligonal de dicho paramento. Por el contrario, se procurará despiezar esas barras de forma que se consiga un trazado rectilíneo, con anclajes en las zonas comprimidas (V. F. 3.23.5).

De no adoptarse esta última solución, para contrarrestar la tendencia a escapar, desgarrando el hormigón, que presenta en

los codos la armadura continua de tracción, irá ésta envuelta por los oportunos estribos.

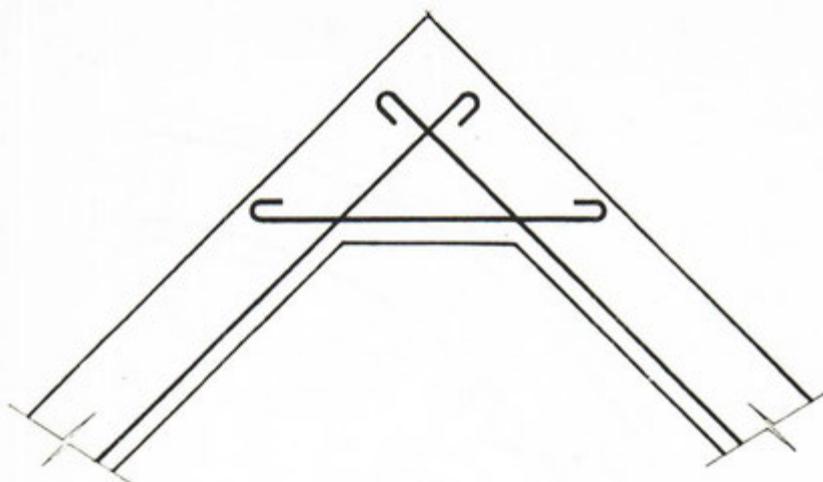


Fig. 3.23.5

3.23.6. Independientemente de las prescripciones anteriores, las barras de tracción cumplirán las condiciones impuestas en relación con los estudios de fisuración (V. Art. 3.15) y de adherencia (V. Art. 3.19).

disposiciones relativas a las armaduras de compresión

3.24

3.24.1. La capacidad mecánica de la armadura U' , cuando esta armadura trabaje a compresión *, y aun cuando no se tenga en cuenta en el cálculo, cumplirá las limitaciones:

$$U' \geq 0,05 \underline{N} (**)$$

$$U' \leq 0,75 \underline{RB}$$

siendo:

\underline{N} = el esfuerzo axial pésimo de compresión actuante, y

B = la sección útil de hormigón (V. A. 3.18.1).

En el caso en que las dos armaduras trabajen a compresión (como habitualmente ocurre en soportes), y aun cuando no se tengan en cuenta en el cálculo, deberán cumplirse, también, las limitaciones.

$$U \geq 0,05 \underline{N}$$

$$U \leq 0,75 \underline{RB}$$

3.24.2. No se considerarán en el cálculo de U' valores de la resistencia minorada del acero superiores a 3.750 kg/cm^2 .

3.24.3. Cuando se consideren en el cálculo, las barras de compresión irán sujetas por cercos que las envuelvan y arriostren, con separaciones, s , tales que se cumpla:

$$s \leq b$$

$$s \leq s_1 = 10 \varnothing_d$$

siendo:

b = la dimensión menor de la sección, y

\varnothing_d = el diámetro de la barra longitudinal comprimida más delgada.

* Como puede verse en el Anejo de Cálculo, la armadura U' se considera siempre trabajando a compresión, salvo en el caso previsto en el apartado 3.23.1.

(**) Esta condición resulta satisfecha automáticamente si se utilizan las fórmulas del Anejo de Cálculo.

Además, si la separación s es igual a s_1 , el diámetro \varnothing_t de los cercos cumplirá la condición:

$$\varnothing_t \geq \frac{1}{4} \varnothing_g$$

en la cual:

\varnothing_g = el diámetro de la barra longitudinal comprimida más gruesa.

Si, por el contrario, la separación s es inferior a s_1 , podrá reducirse \varnothing_t proporcionalmente, de forma que se mantenga constante la relación entre las secciones elegidas y la separación entre cercos.

3.24.4. Cuando no se consideren en el cálculo las barras de compresión, las prescripciones del apartado 3.24.3 serán obligatorias únicamente en el caso en que las dos armaduras U y U' trabajen a compresión, como habitualmente ocurre en soportes.

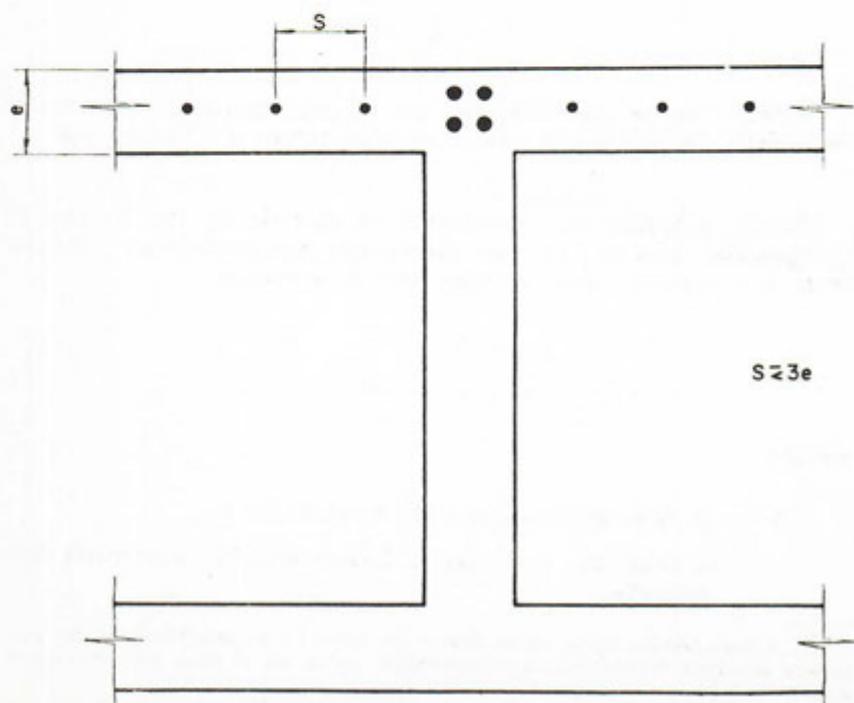


Fig. 3.24.5

**disposiciones relativas a las armaduras
de compresión**
3.24

3.24.5. En piezas de sección en T, doble T, en cajón o análogas, se recomienda que las barras de compresión no queden separadas entre sí a más de tres veces el espesor del ala en que van colocadas (V. F. 3.24.5).

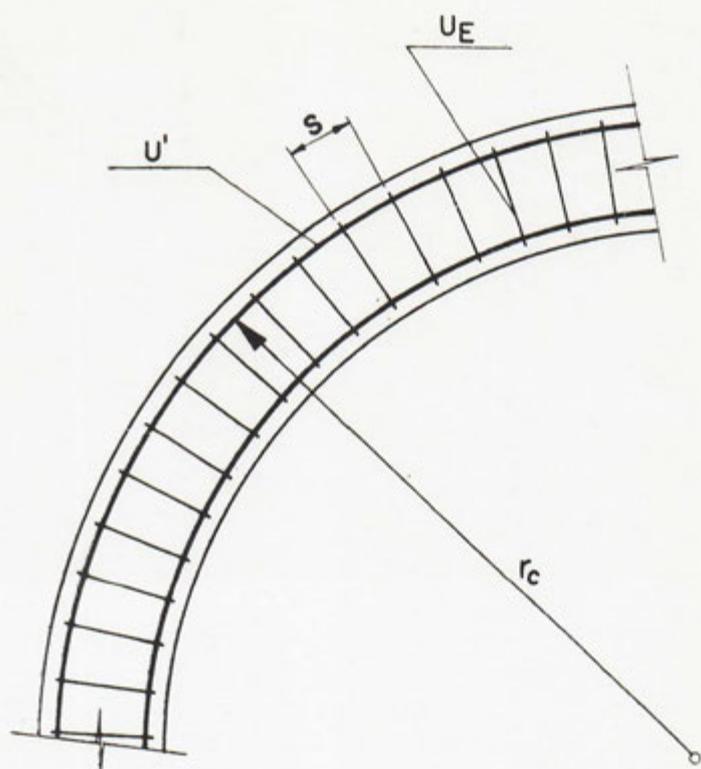


Fig. 3.24.6

3.24.6. En piezas curvas, las armaduras longitudinales de trazado curvo trabajando a compresión junto a paramentos convexos, irán envueltas por estribos normales a ellas y capaces de soportar las componentes radiales que aquéllas producen, dimensionados tal como se indica en el apartado 3.23.4 (V. F. 3.24.6).

3.24.7. En los ángulos de piezas poligonales o análogas y, en general, en los encuentros en ángulo de dos piezas, en lo relativo a barras continuas de compresión colocadas junto al paramento exterior, se procederá en forma semejante a la indicada, para las barras de tracción, en el apartado 3.23.5.

disposiciones relativas a las armaduras transversales

3.25

3.25.1. Como norma general, las piezas irán provistas de armaduras transversales, constituidas por series de estribos, de barras levantadas o de ambos elementos simultáneamente.

La separación s entre elementos de cada serie, medida a lo largo del eje de la pieza, cumplirá la condición:

$$s \leq 0,75 h (1 + \operatorname{ctg} \alpha)$$

donde:

h = el canto útil, y

α = el ángulo que forma el elemento transversal con el eje de la pieza (V. F. 3.19.3).

Las armaduras transversales deberán ser tales que se verifique:

$$T_a \geq 0,6 T_b$$

en la que T_b y T_a son los valores definidos en los apartados 3.19.2 y 3.19.3, respectivamente.

Se exceptúan de esta última condición, e incluso de la necesidad de que lleven armadura transversal, las piezas de gran ancho sometidas a flexión, con armaduras de atado o de reparto entre las longitudinales de tracción, así como las viguetas o elementos secundarios y de poca importancia; siempre que la sección de hormigón sea suficiente para resistir por sí sola el esfuerzo cortante (V. A. 3.19.2).

3.25.2. Las barras levantadas podrán ser las mismas de tracción u otras diferentes; en este último caso, irán provistas de los oportunos empalmes con las barras longitudinales de tracción, y sus extremos en compresión irán convenientemente anclados, de acuerdo con lo establecido en el artículo 1.18.

3.25.3. Los estribos combinados con barras longitudinales lisas, no formarán ángulos menores de 70° con el eje de la pieza. Combinados con barras longitudinales de alta adherencia, po-

drán inclinarse hasta 60° . Las barras levantadas podrán hacerlo con ángulos comprendidos entre 30° y 60° .

Se recomienda, como la más adecuada, la combinación de barras levantadas entre 30° y 45° , con estribos inclinados entre 70° y 90° .

3.25.4. Si el esfuerzo cortante se produce en secciones de máximo momento flector, se recomienda disponer en barras levantadas, por lo menos la mitad de la armadura transversal. No obstante, si los esfuerzos cortantes pudieran cambiar de signo o sentido, deberán resistirse exclusivamente con estribos a 90° .

3.25.5. Siguiendo un criterio análogo al establecido para las barras longitudinales, se recomienda prolongar la colocación de estribos en una longitud igual a medio canto de la pieza más allá de la sección en la que teóricamente dejen de ser necesarios.

comentarios a la segunda parte

documentos del proyecto

2.1

Se considera especialmente importante insistir, en cuanto a la Memoria, en dos puntos. Uno es la exposición clara de las cuestiones señaladas en *a, b, c, d* y *e*, antes de entrar en el detalle de los cálculos; pues de nada sirven estos últimos, si el tipo estructural no está bien elegido y razonablemente justificado para poder enjuiciarlo en caso de ser informado por otra persona u organismo.

A. 2.1.2

El segundo punto, es la necesidad de que los cálculos estén claramente expuestos y ordenados para hacer posible su confrontación. Siempre están sujetos al peligro de errores y nunca debiera confiarse en ellos —especialmente si son prolijos—, sin esa confrontación ulterior, para la que el orden y la claridad son condiciones absolutamente necesarias.

A. 2.1.3

A. 2.1.4

Por otra parte, cualquier duda que surja durante la construcción, o después de ella, y cualquier modificación que quiera introducirse en la estructura o en su utilización, requieren esas mismas condiciones, sobre cuya importancia nunca se insistirá bastante.

Análogas consideraciones deben hacerse respecto a los Planos y al Pliego de Condiciones.

A. 2.1.6

A. 2.1.8

En relación con el Presupuesto, se señala la conveniencia de incluir, por separado, y con sus precios independientes, el hormigón, el acero, el encofrado, las excavaciones y la cimbra. Ello permite, en primer lugar, darse cuenta de la importancia relativa de cada uno de estos elementos; punto fundamental para enjuiciar la solución adoptada y para orientar al proyectista en otros casos posteriores.

A. 2.1.10

En segundo lugar, con esa separación de precios, cualquier modificación que pueda introducirse después en los volúmenes de las unidades de obra se presta mucho menos a discusiones con la Contrata, a propósito de los quebrantos o ventajas que pueda proporcionarle esa modificación; especialmente si, en el concurso de adjudicación, se ha dejado a aquélla la fijación de esos cinco precios.

Es claro que en el caso de anunciarse un concurso de proyectos, los valores de las sobrecargas de explotación no pueden dejarse al arbitrio de cada proyectista. Lo mismo sucede con las sobrecargas ecológicas, que deben venir fijadas directamente, o a través de unas Normas concretas a las que hayan de ajustarse. Y, en fin, lo mismo sucede con los coeficientes de mayoración, que determinan la seguridad de la obra. A. 2.2.1

Evidentemente, la fijación de esos valores no puede intervenir en la competición, dando una ventaja fácil y peligrosa a proyectistas atrevidos o estableciendo un "handicap" para los más concienzudos y prudentes.

Por otro lado, como dicha fijación representa una de las principales responsabilidades de la obra, es aconsejable que su establecimiento sea hecho y venga avalado por un Facultativo competente, el cual, a su vez, habrá de intervenir en la resolución del Concurso; pues una parte fundamental del criterio de resolución es el enjuiciamiento técnico de los proyectos.

Es recomendable, en fin, para todo lo relacionado con este artículo, tener a la vista la Norma UNE 24042, "Condiciones generales para la contratación de obras".

comentarios a la tercera parte

campo de aplicación

3.1

El cálculo de piezas superficiales (placas, láminas, etcétera), así como los problemas de torsión, flexión esviada y otros, juntamente con el estudio de ciertos elementos —rótulas, zapatas, etc.—, será objeto de la cuarta parte de esta Instrucción. Es de señalar, no obstante, que, una vez establecidas las solicitaciones correspondientes, el cálculo de secciones, tal como aparece en esta tercera parte, es de validez general para cualquier tipo de pieza. A. 3.1.1

En relación con el cálculo de estructuras por métodos plásticos, puede consultarse el comentario 3.13, relativo al cálculo de solicitaciones, donde se trata el tema con algún detenimiento. A. 3.1.2

Por último, el artículo resume, para comodidad del lector, los casos que, específicamente, caen fuera del campo de aplicación de esta tercera parte de la Instrucción. A. 3.1.3

características mecánicas del hormigón

3.2

En la primera parte de esta Instrucción se han expuesto las razones justificativas de los criterios y valores adoptados para la resistencia característica del hormigón. A. 3.2.1

Ahora se impone la condición de que esa resistencia no sea inferior a $55 \text{ kg/cm}^2 + 0,025 A_s$, siendo A_s la resistencia característica del acero en kg/cm^2 ; pues no es lógico ni conveniente emplear un hormigón de baja resistencia con armaduras de alto límite elástico. Si las armaduras trabajan en tracción, la fisuración se hace excesiva y sufre la adherencia entre ambos materiales.

La fórmula adoptada da valores sensiblemente iguales a los impuestos en la reciente Norma francesa (*Règles BA 1960*), con una expresión notablemente más sencilla y que acusa más claramente el fenómeno que se trata de representar.

Aparte de ello, y en relación con el criterio de resistencia característica, conviene recordar aquí que el hormigón fabricado, colocado y curado en obra presenta siempre una cierta dispersión de resistencia que, si bien puede reducirse con un cuidado control, no puede evitarse totalmente. Con objeto de sacar provecho de este control, se toma como resistencia característica el valor $R_m (1 - \delta)^*$, siendo R_m la media de los resultados obtenidos con el hormigón en la obra, y δ la dispersión (desviación standard relativa) resultante de los mismos. Ello viene a equivaler a tomar como característica la media de la mitad más baja de las resistencias obtenidas en las probetas de control. Teniendo que mantener el constructor este valor característico, durante toda la obra, por encima del valor impuesto en el Pliego de Condiciones, le interesa forzar el control, con lo que se asegura la calidad de la obra. A. 3.2.2

Ahora bien; la resistencia característica no puede garantizar que no se presenten, en obra, zonas de menor

* Esta misma expresión fué adoptada por el Joint Committee C.I.B.-C.E.B. Ultimamente, el C.E.B. se ha inclinado por la expresión $R_m (1 - 1,6 \delta)$, pero rebajando el coeficiente de minoración, con objeto de que resulte aproximadamente la misma resistencia minorada para igual R_m . En esta tercera parte de la Instrucción se mantiene la primera expresión, para conservar la homogeneidad con la primera parte. Las diferencias entre ambas expresiones son pequeñas.

resistencia. Existen otros tipos de defectos que se producen con cierta probabilidad y que no son detectables, o no tienen que ver, con las resistencias de las probetas de control que se hacen en la obra (influencias climáticas, defectos en las dimensiones geométricas, mala colocación de armaduras, etc., etc.); defectos que influyen en el comportamiento general del elemento.

Para cubrirse de todo ello, es necesario introducir un coeficiente de seguridad o coeficiente de minoración, C_b , que, aplicado a la resistencia característica, proporcione una resistencia minorada o de cálculo,

$$\underline{R} = R_k : C_b = R_m (1 - \delta) : C_b,$$

suficientemente confiable.

Para este coeficiente se ha adoptado el valor 1,6, después de un prolongado estudio estadístico de la cuestión, cuyas bases pueden verse en la publicación "La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras", de E. Torroja y A. Páez.

Este coeficiente, combinado con el de mayoración C_M (V. Art. 3.7) que multiplica las cargas, ha de proporcionar la necesaria seguridad total de la estructura.

A. 3.2.3 De acuerdo con lo aceptado y propuesto por el C. E. B., en elementos prefabricados en serie, en talleres, donde el control es normalmente más efectivo y donde tanto la fabricación como el curado del hormigón se hacen al abrigo de las inclemencias del tiempo, el coeficiente 1,6 puede reducirse en un cierto porcentaje, que se ha fijado en el 7 %.

A. 3.2.4 Por el contrario, cuando se hormigona por tongadas sucesivas superpuestas, como es usual en soportes, se produce siempre, por efecto del apisonado, una cierta tendencia a la disgregación, con aumento de mortero en las capas superiores y, en consecuencia, una disminución apreciable de resistencia. El estudio estadístico de los resultados obtenidos por diferentes experimentadores (hecho para el establecimiento del método del momento tope, que se expone en el artículo 3.18) condujo a establecer, como valor más apropiado de la resistencia, para estos casos, el 90 % de la resistencia normal con el mismo hormigón, siempre que el vertido

y apisonado se hagan debidamente, de acuerdo con lo indicado en la primera parte de esta Instrucción.

Nada concreto se establece respecto al efecto de la repetición de cargas; porque la fatiga sólo se presenta al cabo de muchos cientos de miles o millones de repeticiones, y porque este efecto se aminora y se aleja en cuanto las cargas repetidas, en lugar de bajar a cero o de cambiar de signo, varían solamente entre un máximo y un mínimo de igual sentido, relativamente próximos, como suele suceder en la práctica. A. 3.2.5

Por otro lado, para que el efecto de la fatiga llegue a ser peligroso, se requiere, en la práctica, un tiempo lo suficientemente largo como para que dicho efecto resulte compensado, en buena parte, con el aumento de resistencia producido por la continuación del proceso de endurecimiento. Y, en fin, su acción no se superpone a la del fenómeno de cansancio (o pérdida de resistencia bajo cargas duraderas). Por consiguiente, si éste se tiene en cuenta (como se hace al establecer las fórmulas de comprobación, según se verá más adelante), puede decirse que el efecto de la fatiga se reduce solamente a casos muy particulares—como, por ejemplo, cimentaciones de grandes máquinas oscilantes—, en los que la variación de máxima a mínima tensión (σ_{\max} a σ_{\min}) es muy fuerte y el número de repeticiones enormemente grande.

En estos casos, convendrá reducir la resistencia adoptada en el cálculo, emplear hormigones altos y evitar que lleguen a presentarse tracciones (pues, de ocurrir esto último, es preferible utilizar pretensados que lo eviten). Puede, entonces, emplearse la fórmula:

$$R_y = 0,75 R \left(1 + \frac{\sigma_{\min}}{3 \sigma_{\max}} \right) \geq 0,85 R$$

que, quedando del lado de la seguridad, representa el fenómeno con cierta aproximación.

Nada se indica en el articulado sobre la forma de obtener la resistencia característica (número, tipo de probetas, etc), pues es tema ya tratado en la primera parte de la Instrucción. Pero siendo, en general, la re- A. 3.2.6

sistencia característica a compresión simple —y, en consecuencia, la minorada correspondiente—, la única que se fija en el proyecto y se controla en la obra, se hace necesario establecer las fórmulas que, partiendo de aquélla, permitan fijar los valores que hayan de utilizarse para otros tipos de sollicitación.

No es preciso fijar preceptivamente la resistencia a tracción simple, que no se utiliza en el resto del articulado. En caso necesario puede, bien determinarse experimentalmente con el mismo tipo de probetas utilizadas para el ensayo de compresión, mediante el llamado ensayo brasileño; bien adoptarse la expresión

$$R' = 0,5 \sqrt[3]{R^2}$$

que parece ser la más apropiada y ha sido la adoptada por el C. E. B.

Análogamente, para el tipo de sollicitación compuesta por una compresión y una tracción en dirección normal a ella, podría utilizarse la expresión:

$$R' = 0,5 \sqrt[3]{R^2} \sqrt{1 - (\sigma_1 : R)}$$

en la cual:

σ_1 = la compresión principal que actúa ortogonalmente a la dirección de la tracción, y

R' = la resistencia a tracción que se desea determinar.

Esta fórmula parece dar resultados suficientemente concordantes con los ensayos y propuestas de Smith, Bresler y Pister.

A. 3.2.7

Pero para ciertas aplicaciones a otros artículos de esta Instrucción, como, por ejemplo, los referentes al esfuerzo cortante en secciones con compresiones y tracciones variables de una parte a otra de ellas, resulta más sencillo y suficientemente seguro adoptar, como *resistencia cortante virtual minorada*, el valor

$$\underline{R}'' = \frac{1}{2} \sqrt{\underline{R}}$$

cuya utilidad se irá viendo y justificando al comentar los correspondientes artículos. Pero conviene insistir en que no se trata de una verdadera resistencia del material, sino de un valor virtual que, aplicado, como se verá, a la sección útil de hormigón, permite obtener la resistencia de ésta con suficiente aproximación; y no ha de dársele otro significado ni cumple más objeto que el de la simplificación. En realidad, la resistencia a tensión cortante, asimilable a la resistencia a tracción, es del orden de tres veces mayor.

características reológicas del hormigón

3.3

Es imposible establecer un diagrama reológico único para el hormigón, aún en compresión simple, y menos en flexión. Su forma varía sensiblemente de un caso a otro. Por otra parte, una de las ventajas de adoptar el cálculo en agotamiento es la de que la influencia, en sus resultados, de la forma de este diagrama es mucho menos apreciable que utilizando el criterio de las tensiones admisibles.

A. 3.3.1

En efecto; toda la abundante experimentación existente, y en especial la más reciente de Rüschi, conduce a adoptar un diagrama fuertemente cóncavo hacia el eje de deformaciones, con una larga rama casi paralela a este eje cuando se aproxima la rotura. El diagrama norteamericano de Hognestad presenta la misma característica. Podría decirse que el hormigón, en condiciones próximas al agotamiento, que son las que aquí interesan, presenta un escalón de fluencia análogo al del acero de las armaduras; indudablemente más corto que éste, pues la deformación de rotura es mucho más pequeña; pero que, a lo largo del eje de deformaciones, abarca sus dos últimos tercios.

Esto permite una readaptación o redistribución de esfuerzos entre el hormigón y las armaduras de compresión, de forma que ambos materiales trabajan a su tensión de agotamiento simultáneamente; al menos con los aceros corrientemente utilizados.

Y en los casos de flexión, al aproximarse el agotamiento de la sección, se produce, igualmente, por efecto de la fluencia del acero de tracción, una elevación de la fibra neutra, que reduce la zona de compresiones del hormigón, con el consiguiente aumento de la tensión en éste, hasta que alcanza, a su vez, la de rotura. Entonces, el diagrama de compresiones por flexión puede considerarse rectangular, como se verá más adelante, porque las diferencias entre éste y el real sólo se aprecian en las proximidades de la fibra neutra, donde producen un momento resistente despreciable por su escaso brazo.

Por todo ello, se considera preferible recomendar el diagrama rectangular, como hacen, para la deducción de sus fórmulas, las Instrucciones de EE. UU., de la U.R.S.S. y del C. E. B.

A. 3.3.2

Ahora bien; no puede olvidarse el importante fenómeno del cansancio, o reducción de resistencia, que se produce bajo carga duradera, cuando la compresión abarca toda o gran parte de la sección; y que desaparece, o se reduce casi totalmente, cuando las secciones, trabajando a flexión, presentan una zona muy pequeña en compresión.

Este fenómeno, que otras instrucciones artificiosamente cubren con un cambio de los coeficientes de seguridad o de las tensiones admisibles, se tiene directamente en cuenta, y con una buena continuidad, mediante el diagrama del momento tope que más adelante se detalla (V. C. 3.18), y que constituye una de las principales ventajas de la presente Instrucción; no sólo por la sencillez de las fórmulas que de él se derivan, sino también porque proporciona una perfecta concordancia con toda la abundante experimentación recogida sobre el tema.

A. 3.3.3 De un modo análogo los módulos de elasticidad y de deformación del hormigón varían también con diferentes y complejas características del material. Ello hace que la correspondencia biunívoca con la resistencia, que establecen algunas fórmulas (la de Ros, entre ellas), dé dispersiones relativamente importantes, si quiere aplicarse con generalidad. Por otra parte, sólo puede, en realidad, hablarse de módulos de elasticidad para cargas breves y repetidas; es decir, aplicadas después de una o varias cargas que hayan sobrepasado, o por lo menos igualado, la intensidad de las que se utilizan para medir el módulo.

La deformación en primera carga sigue —como ya se dijo— un diagrama noval que es curvo y a lo largo del cual el módulo tangente va descendiendo de valor hasta anularse en las proximidades de la rotura.

Aún el módulo secante se reduce a menos de la mitad del inicial. Por consiguiente, no cabe hablar de módulo de elasticidad para una carga noval; o sea, que sobrepase por primera vez las cargas anteriores, como sucede siempre que se llega hasta rotura o prerrotura.

Pero, además, la duración de la carga influye fundamentalmente en la deformación resultante; pudiendo llegar a aumentarla al triple de la deformación instan-

tánea bajo la misma carga. Esta deformación lenta aumenta, principalmente, con la pérdida de agua producida por la sequedad ambiente.

En consecuencia, para el estudio de las deformaciones en estados próximos a los normales de servicio, y por tanto muy por debajo de los de agotamiento, y solamente para ellos, se pueden tomar valores constantes para cada hormigón y grado de humedad, como módulos de deformación aceptables.

Dichos valores varían más o menos proporcionalmente con la raíz cuadrada de la resistencia, según los resultados de diferentes experimentadores (Ros, por ejemplo). Como, por otra parte, estos valores se han de utilizar solamente para una evaluación aproximada de las deformaciones bajo las cargas normales de explotación, y no para estados de agotamiento, no hay inconveniente en aceptar los valores indicados en este artículo.

Pero teniendo, como se ha dicho antes, una influencia fundamental la humedad ambiente, pueden afinarse esos valores, tomando, para la deformación total bajo carga permanente, los módulos dados por la fórmula:

$$E_b \text{ (kg/cm}^2\text{)} = \frac{25.000 \text{ (kg/cm}^2\text{)}}{5 - 3,8 H} \sqrt{R_k \text{ (kg/cm}^2\text{)}}$$

en la que:

H = el grado higrométrico en tanto por uno (1 para saturación, y 0 para sequedad absoluta) del mes más seco del año. Y manteniendo, para cargas instantáneas, el valor

$$E_b \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 21.000 \sqrt{R_k \text{ (kg/cm}^2\text{)}}$$

que coincide sensiblemente con el de la fórmula dada, para H = 1; pues, efectivamente, en ambientes totalmente saturados, la deformación lenta es prácticamente nula.

Aún podrían mejorarse los resultados de la fórmula, aplicándole un coeficiente de reducción para tener en

cuenta el espesor del elemento; pero, salvo casos de espesores excepcionales (presas, por ejemplo), no parece recomendable.

Para el estudio de deformaciones en tirantes, es preferible prescindir del hormigón, cuya resistencia a tracción es siempre baja y poco confiable y queda, en gran parte, agotada por los efectos de la retracción; sobre todo si la cuantía es relativamente alta, como sucede normalmente en estos elementos. Con ello se queda, en general, del lado de la seguridad.

En cuanto al coeficiente de Poisson, según demostraron las experiencias de Brandtzaeg, su valor va aumentando en forma sensiblemente lineal con la tensión de compresión, hasta el 80 % de la de rotura; pasa por un máximo del orden de 0,5 al llegar la tensión al 85 % de la de rotura, para bajar rápidamente después, e incluso invertirse de signo durante el proceso de rotura final. Un valor del orden de 0,15 parece corresponder con las tensiones que resultan, en general, de acuerdo con la presente Instrucción, en régimen de servicio.

En la primera parte de esta Instrucción se ha definido el límite elástico característico y se ha indicado cómo debe determinarse. A. 3.4.1

En el artículo que ahora se comenta, el concepto de límite elástico característico se asimila al de resistencia característica para hacerlo homogéneo con el establecido para el hormigón y poder así emplear una misma expresión —resistencia característica— para ambos materiales, con lo que se facilita la exposición y se gana en concisión y claridad.

Al tratar del hormigón se indicó que, como resistencia minorada, se toma la característica dividida por un coeficiente de reducción $C_b = 1,6$. Parece a primera vista que el mismo valor debiera tomarse para el acero. Sin embargo, tanto el problema en sí, como sus consecuencias, son diferentes; y todo ello aconseja tomar un coeficiente de reducción mucho menor para el acero, $C_a = 1,2$.

En efecto, el coeficiente C_b se refiere a una resistencia en compresión, cuyo límite es la rotura; rotura que se produce sin el previo aviso de una fisuración o de una deformación suficientemente fuerte para ser apreciada a simple vista, dando tiempo de acudir en auxilio de la estructura mediante apeos, etc.

Por el contrario, en el acero, C_a se refiere a un límite elástico, no sólo muy anterior a la rotura final de la barra, sino que, además, está separado de dicha rotura final por una zona de fortísimos alargamientos plásticos. Si se trata de una armadura en compresión, bien arriostrada por cercos o estribos, como está prescrito, el que ésta alcance su límite elástico sólo representa que su resistencia se estabiliza, no que desaparece. La armadura entra en plasticidad siguiendo al hormigón en sus deformaciones; y sólo cuando éste alcanza su tensión de rotura, es cuando se produce el fallo resistente.

Análogamente, si se trata de una armadura de tracción en una pieza sometida a flexión, la entrada de la armadura en límite elástico, conduce, por un lado, a un visible agrietamiento del hormigón envolvente, y por otro, a una elevación de la fibra neutra hacia la cara más comprimida, a una reducción del área de compre-

siones (en parte compensada por el aumento del brazo mecánico) y a una paulatina elevación de la tensión de compresión en el hormigón. Solamente cuando esta tensión es suficientemente fuerte para alcanzar la rotura, se produce el fallo resistente.

Puede decirse que es siempre el hormigón el que produce el accidente final; y éste llega sin aviso cuando procede de una falta de resistencia del hormigón, y con aviso cuando procede de una falta de resistencia de la armadura.

Por todo ello se han adoptado, de acuerdo con las recomendaciones del Joint Committee C.I.B.-C.E.B., los valores 1,6 y 1,2 que aparecen en el articulado y que fueron el resultado que, estadísticamente, se obtuvo de un centenar de casos oportunamente escogidos y a los que se aplicaron los métodos estadístico-matemáticos de fijación de estos coeficientes *

A. 3.4.2

El concepto de capacidad mecánica como fuerza total que puede aceptar una barra, resulta especialmente práctico. Primeramente, porque, siendo éste el valor que entra en las fórmulas, se evita la multiplicación de la sección geométrica por la resistencia minorada y, por tanto, se simplifican las operaciones. Pero tiene también la ventaja importante de que permite, sin sobrecomplicación alguna, aprovechar las diferencias que, en sus límites elásticos, presentan las barras de diferente diámetro, por efecto del laminado.

En este sentido, resulta cómodo utilizar el cuadro número 1 del Anejo de Cálculo, preparado para aceros ordinarios, en el cual, conocido el valor de la capacidad mecánica necesaria según el cálculo, se puede elegir, entre las varias soluciones de número y diámetro de barras que proporcionen dicho valor, la que resulte más conveniente.

Cuando se utiliza habitualmente un tipo de acero diferente del ordinario, es aconsejable la confección de un cuadro, análogo al que se comenta, con objeto de facilitar la tarea del cálculo en la práctica. A este criterio

* Véase "La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras", de E. Torroja y A. Páez.

responde la nota a pie de página del cuadro núm. 1 del Anejo de Cálculo.

El módulo de elasticidad del acero ($2.100.000 \text{ kg/cm}^2$) es el normalmente aceptado. Lo mismo puede decirse del diagrama simplificado, adoptado para los aceros ordinarios suaves o semisuaves de construcción con escalón de relajamiento pronunciado. A. 3.4.3

Los aceros estirados en frío o de otros tipos, cuyo empleo para hormigón armado se ha ido generalizando en las últimas décadas, presentan diagramas fácilmente asimilables a uno birrectilíneo. El que se adopta en el articulado se acomoda bien a los diagramas reales de estos aceros y proporciona, con el método del momento tope, resultados satisfactorios. A. 3.4.4

La simplificación indicada en el último párrafo del artículo, que permite sustituir la segunda rama del diagrama por una horizontal, queda, naturalmente, del lado de la seguridad y, si bien no aprovecha por completo la resistencia utilizable con grandes deformaciones, tampoco produce grandes pérdidas de economía.

Es importante hacer notar que los diagramas establecidos en el articulado llevan implícitos un margen de seguridad (definido por el valor $C_s = 1,2$), ya que se construyen a partir de los valores minorados de las resistencias. Estos diagramas minorados son los que, de un modo implícito, se utilizan siempre en el cálculo.

características térmicas del hormigón armado

3.5

El coeficiente de dilatación térmica del acero (once millonésimas) es bien conocido. El del hormigón es más impreciso y difícil de determinar, por la interferencia de las variaciones que la temperatura introduce en la tensión de vapor intersticial y en su equilibrio termodinámico con el agua de gel; pero un valor medio de ocho millonésimas parece ser el más corrientemente aceptado. A. 3.5.1

En consecuencia, la diferencia entre ambos puede fijarse en tres millonésimas para los estudios de la influencia de fuertes variaciones térmicas sobre el conjunto; o mejor dicho, sobre las tensiones que puedan presentarse entre el acero y el hormigón por aquella causa. Pero, refiriéndose esta Instrucción únicamente a hormigones que no hayan de sobrepasar los 70° C, sólo se ha recogido en el articulado, para el conjunto de hormigón y acero, el valor de diez millonésimas, que representa el fenómeno con aproximación suficiente.

Los conceptos de *carga* y *sobrecarga* se han venido utilizando hasta el presente con significados ligeramente imprecisos, no bien diferenciados entre sí. Cuando se trata de fuerzas producidas por la acción de la gravedad, intuitivamente se comprende y distingue lo que es una carga y lo que es una sobrecarga; pero comienzan a surgir dificultades cuando se trata de fenómenos como la retracción, los asientos de apoyo, etc., que, no participando del carácter ponderal anteriormente citado, producen, sin embargo, efectos análogos en la estructura. Se hacía necesario, por tanto, llamar de alguna manera genérica a todas aquellas acciones capaces de producir estados tensionales y, en este sentido, se define y precisa el concepto de *carga* en el articulado.

A. 3.6.1

La división que se hace de las cargas responde, entre otras razones, a la de establecer un vocabulario lógico y ordenado, que sirva de punto de partida. Parece oportuna una primera distinción entre cargas permanentes y sobrecargas y, dentro de estas últimas, la clasificación se hace mirando al funcionalismo de la propia estructura. Las sobrecargas de explotación son las propias del servicio que aquélla debe rendir; las ecológicas son aquellas otras que actúan por añadidura, como consecuencia ineludible del medio que rodea la construcción; las de ejecución y las excepcionales tienen un carácter específico, e interesa distinguirlas de las restantes a la hora de tratarlas en el cálculo (V. A. 3.11.2 y 3.11.3).

A. 3.6.2

Interesa hacer notar que la división establecida no es estanca; vale decir, habrá tipos de estructuras en los que, por su carácter, alguna sobrecarga ecológica pase a ser de explotación (hangares, muros contra viento, etcétera). Ello es inevitable y ocurriría igualmente con cualquier otra división de cargas que se hubiese establecido. Por otra parte, este hecho carece de importancia, ya que, como puede comprobarse leyendo las prescripciones contenidas en el artículo 3.11, no puede originar confusiones a la hora de realizar el cálculo.

El criterio adoptado para la fijación de las cargas nominales, características y mayoradas, constituye una de las principales originalidades de esta Instrucción.

A. 3.6.4

No es nunca posible dar a las cargas el valor de un máximo insuperable. Aun cuando se dispusiera de esta-

disticas suficientemente amplias sobre las precipitaciones de nieve, sobre la intensidad del viento o sobre cualquier otro fenómeno independiente de la voluntad humana, siempre quedaría una probabilidad —más o menos pequeña, pero nunca nula—, de que fuesen sobrepasados los valores elegidos.

Y aun en aquellos casos en que es el hombre quien puede fijar esas cargas —como sucede, digamos, con las de vehículos en carretera—, también queda la posibilidad de sobrepasarlas; sea por un accidente imprevisto —por ejemplo, choque y amontonamiento, en un puente, de dos camiones—, sea porque los límites se van sobrepasando, más o menos lentamente, con los avances posteriores de la técnica; sea, en fin, por la propia tendencia humana a sobrepasar dichos límites, confiando, con cierta inconsciencia, en que la obra siempre resiste. Y aunque, en este último caso, pueda encontrarse un responsable del accidente, lo cierto es que el hecho es previsible, en cierta medida, y deben ponerse, de antemano, los medios para disminuir la probabilidad del suceso o la importancia del mismo.

El criterio generalmente seguido hasta ahora ha consistido en considerar la máxima carga normalmente previsible como un valor concreto, capaz de ser definido perfectamente. Si se trataba de las sobrecargas de un puente, dicho valor era el autorizado; dejando de lado las posibilidades reales de superarlo. Y si se trataba del viento o de las avenidas de un río, dicho valor era el máximo registrado por las estadísticas meteorológicas durante el periodo de observación disponible.

En el caso de un puente, es perfectamente previsible el paso de camiones más o menos sobrecargados. Podría pensarse también en el paso de cargas excepcionales (caso típico de grandes transformadores, piezas de turbinas, etc.); pero su escasísima frecuencia de actuación y las condiciones, especialmente cuidadas, en que el paso de dichas cargas se realiza, permiten, entonces, reducir los coeficientes de seguridad (V. A. 3.11.2). Pretender tomar como base los máximos posibles, pero no previsible, conduciría, al no existir límites, a soluciones absurdas, de costos igualmente absurdos.

Por todo ello se establece, como criterio fundamen-

tal, el de tomar como carga nominal aquella para la cual se propone la utilización de la estructura.

A la vez, y como carga media, se considerará la media de las máximas; es decir, en el caso de puentes, por ejemplo, y si es posible reunir los datos necesarios, la media de las máximas cargas que han pasado por otros puentes de condiciones análogas, sin considerar las verdaderamente excepcionales que queden fuera del campo normal de utilización para el que se proyecta la construcción. Del mismo modo, para el viento, será la media de las máximas presiones registradas durante un periodo igual al de la vida prevista para la nueva construcción, en observatorios de zonas climáticas similares.

Ahora bien; estos valores presentarán una dispersión y es lógico tenerla en cuenta, por cuanto, si es grande, acusa una mayor probabilidad de aparición de valores más elevados que si es pequeña. En consecuencia, y para asegurarse, se toma, como carga característica, la media multiplicada por la unidad más la dispersión (desviación standard relativa) obtenida. Podría tomarse esta dispersión multiplicada por un factor mayor de la unidad, para disminuir la probabilidad de valores superiores y, efectivamente, así convendría hacerlo, con arreglo a las leyes de la estadística matemática, cuando el número de observaciones, o el periodo de observación, fuese demasiado reducido. Pero se ha considerado (siempre de acuerdo con el Joint Committee C.I.B.-C.E.B.) que la forma propuesta es la más apropiada, al menos por el momento.

A. 3.6.5

A. 3.6.6

En definitiva, puede decirse que la carga nominal de una estructura es la normal de explotación, para cuyo valor está autorizada su utilización; y debe figurar, por ello, en lugar visible de la construcción (por ejemplo, en un puente: camiones de 20 t; o en un edificio industrial: 1.000 kg/m²). Y la carga característica es la que se prevé que se presentará de hecho (en un puente, caso de camiones ligeramente sobrecargados). Pero sin incluir casos excepcionales (como puede ser el paso de un transformador de gran tonelaje, que requiere autorización especial), para los cuales están justamente previstos los coeficientes de seguridad; o, en fin, para los cuales, si son tan grandes (caso de terremoto, por ejemplo), la obra no tiene por qué resistir.

No hay que olvidar que, en general, no es el exceso imprevisto de sobrecarga la causa más frecuente de accidentes, sino la aparición de nuevos tipos de sollicitación, y su combinación con posibles defectos, sean de ejecución, de hipótesis de cálculo, o debidos a otras causas.

A. 3.6.7

Por eso, y por no ser posible por ahora la aplicación estricta y completa de los métodos probabilísticos, se ha preferido no exagerar los valores característicos y dejar a cargo de un coeficiente de mayoración, C_M , multiplicador de las cargas características, el paso de éstas a las de cálculo.

El método resultante, llamado semiprobabilista, parece, hoy por hoy, el único posible de aplicación práctica.

Ya se comprende que no es lógico, ni en general posible, dejar al proyectista el estudio directo de estas cargas nominales, medias y características, siguiendo el criterio expuesto. En general, dichas cargas han de venir fijadas por el Organismo competente —especialmente, siempre que las consecuencias del accidente puedan interesar vidas humanas o factores sociales—, y solamente en casos particulares deberá fijarlas el proyectista, tratando en esos casos de amoldarse o aproximarse lo más posible al criterio comentado.

Para establecer lógicamente el coeficiente de mayoración hay que empezar por hacerse a la idea de que es humanamente imposible anular toda posibilidad o probabilidad de hundimiento, como es imposible asegurarse totalmente contra cualquier otro tipo de accidente.

Del mismo modo que se viaja o se anda por la calle, a sabiendas de que las estadísticas acusan un apreciable porcentaje de accidentes, es necesario construir admitiendo una probabilidad de fallo.

El aumento de espesores o de cuantías en una estructura puede ir reduciendo la probabilidad de hundimiento asintóticamente, pero no puede anularla por completo. Y como, por otra parte, esos aumentos implican un coste creciente, lo único razonable es buscar un término en el que, siendo la probabilidad suficientemente pequeña, el coste sea todavía aceptable para poder construir. En definitiva, la Humanidad lo ha hecho siempre así, consciente o inconscientemente, porque no puede hacerlo de otro modo.

El llamado "criterio del mínimo coste generalizado", aceptado por el C.E.B. y por el Joint Committee C.I.B.-C.E.B., consiste en fijar los coeficientes de modo que conduzcan a un mínimo del coste de la construcción, más el producto de la probabilidad de hundimiento por los daños consiguientes, incluyendo en éstos no sólo el costo de la reconstrucción y pérdidas de explotación, sino también una cierta valoración de las vidas humanas que puedan arriesgarse, y de las reacciones psicológicas, sociales o de otro tipo, que se puedan originar.

A todos produce una sensación de inadmisibles materialismo el enunciar así este criterio. Es cierto que una vida humana no es valorable en dinero; pero es igualmente cierto que esto mismo es lo que ha venido haciéndose siempre, con la única diferencia de que, hasta ahora, no se ha reflexionado sobre ello. Evidentemente, las vidas humanas han de valorarse en mucho; pero los más estrictos moralistas convienen en que no es posible actuar de otro modo. Y, en definitiva, es lo único que puede hacerse moralmente. Querer disminuir la probabilidad por encima de ciertos límites, conduciría a unos sobrecostos que harían imposible la realización de la obra. Y es preferible cobijarse en una construcción con

una diezmilésima de probabilidad de hundimiento, que tratar de vivir a la intemperie, con mucha más probabilidad de morir por congelación en invierno.

En la ya citada publicación "La determinación del coeficiente de seguridad en las distintas obras" del I. E. T. C. C., se estudia a fondo el problema, y se han reunido los datos de las estadísticas existentes para llegar a métodos y resultados concretos sobre esta fijación de coeficientes de seguridad.

Dada la complejidad de estos estudios, no es posible tratar aquí de desarrollarlos. Pero si conviene indicar que las múltiples causas posibles de accidente pueden agruparse en los cinco conceptos siguientes:

- a) excesos en las cargas o en las causas de solici-tación;
- b) deficiencias en las hipótesis de los métodos de cálculo;
- c) errores de operación en los cálculos;
- d) defectos de resistencia en los materiales;
- e) errores de ejecución.

Un estudio probabilista completo debería fijar las leyes de probabilidad de todos estos factores y combi-narlos complejamente para obtener una probabilidad de accidente tal que se cumpliera el principio del míni-mo coste generalizado.

Pero no siendo posible hacerlo así—al menos hoy—, se recurre a un método intermedio o semiprobabilista en el que, por una parte, se tienen parcialmente en cuen-ta las dispersiones de las cargas y de las resistencias, a través de los correspondientes valores característicos, como se ha visto; y por otra, se utilizan los dos coeficien-tes, el de mayoración, multiplicador de las cargas, y el de minoración, divisor de las resistencias. Con el prime-ro se pretende cubrir principal, pero no exclusivamente, los posibles errores indicados anteriormente en a), b) y c), correspondientes más bien al proyecto; y con el segundo, los d) y e), más propios de la ejecución.

Ello no quiere decir, insistimos, que cada uno cubra total y exclusivamente los grupos de errores o posibles divergencias que se les acaba de asignar. Ni quiere decir tampoco que la combinación que con ellos se hace, responda, ni mucho menos, a una estricta teoría de probabilidades. Con estos coeficientes sólo se trata de conseguir una forma sencilla y cómoda de operar, con la que las diferentes influencias queden más explícitas que con el método clásico de un solo coeficiente, constante e insensible a las causas que intervienen en la probabilidad de accidente.

Los valores de estos coeficientes han sido elegidos de forma que, con su combinación, se obtengan resultados sensiblemente iguales a los que resultaron como media de centenares de casos estudiados y a los que se aplicó el principio del coste mínimo generalizado, siguiendo el método desarrollado en la obra anteriormente citada.

Los dos coeficientes C_M y C_m^* no son independientes entre sí. Su interconexión, para mantener una misma seguridad, se comenta en el anejo a este comentario (Aj. C. 3.7). Pero se ha preferido, por simplificación, dejar fijos los valores de C_m y hacer variar C_M en función de las condiciones del proyecto y, más especialmente, en función de la importancia de los daños previstos para el caso de accidente, como se desprende del principio del mínimo coste generalizado y como es lógico y obligado. Pues es claro que no resulta razonable mantener el mismo valor del coeficiente, o de la probabilidad admitida de accidente, si se trata de una obra provisional, o de una obra en la que no corren peligro las vidas humanas (puede ser, por ejemplo, un acueducto), que si se trata de un gran estadio que se proyecta para estar frecuentemente abarrotado de público.

Los valores adoptados coinciden con, o son ligeramente superiores a, los adoptados por los organismos internacionales tantas veces citados. Son inferiores a los de otras antiguas Instrucciones y a ellos se han venido aproximando, cada vez más, los de otras más modernas.

* C_m representa el coeficiente de minoración relativo al material. Cuando se aplica al acero se designa por C_a , y por C_b cuando se aplica al hormigón.

Pero cada caso es diferente, y el autor del proyecto hará bien en considerar las condiciones especiales que pueden presentarse en la estructura que proyecte y que, frecuentemente, son diferentes de una parte a otra de la misma.

Para facilitar su labor en este sentido, en el anejo a este comentario (Aj. C. 3.7) se expone detalladamente la justificación y deducción de los principios generales que deben adoptarse para la determinación del coeficiente de seguridad de una obra; y en el apéndice 3.7 se indica un método práctico que, fundado en dichos principios, permite la obtención de C_M de una forma cómoda, sin gran trabajo.

No hay que olvidar, sin embargo, que estos coeficientes se refieren a estructuras bien concebidas, calculadas sobre hipótesis confiables, con las condiciones de sollicitación más desfavorables para cada elemento; y a obras ejecutadas cuidadosamente y controladas de acuerdo con las prescripciones de la primera parte de esta Instrucción; pues no es posible fijar qué valores de los coeficientes harían falta para garantizar una construcción frente a los posibles errores de proyecto o deficiencias de ejecución, cuando faltan esas o parecidas condiciones. Ni es admisible, hoy, el proyectar o construir así.

Poco puede comentarse sobre este tema. El valor característico impuesto para el peso propio del hormigón, cubre todos los casos normales analizados. Pero no los de hormigones de áridos especiales, para los que el proyectista habrá de establecer el valor oportuno en cada caso.

A. 3.8.1

Conviene advertir que para los pesos de otros materiales que hayan de insistir sobre la propia estructura, más que las variaciones de peso específico, que son pequeñas en general, interesa prever las probables variaciones de sus espesores. Tal sucede, por ejemplo, con los pavimentos que requieren un material de asiento, cuyo espesor varía sensiblemente en la práctica, bien para igualar desniveles, bien por otros defectos de ejecución, cambios de utilización, etc.

A pesar de que las variaciones del peso específico del hormigón, como ya queda dicho, suelen ser pequeñas, existen casos en los que la influencia del peso propio es tan importante, que resulta obligado cubrirse frente al peligro de un posible cambio en el valor $2,5 \text{ t/m}^3$. Este riesgo es considerable si se trata de problemas de equilibrio, en los que el peso propio es estabilizante, y una disminución de su magnitud pudiera acarrear consecuencias graves. Por ello se prescribe, para estos casos, la determinación directa del peso específico. Por otra parte, como no se ocultan las dificultades prácticas que entraña tal determinación, se autoriza a prescindir de ella, siempre que se reduzca en un 10 % el valor establecido en el apartado 3.8.1, con lo que, en todo caso, el cálculo ha de quedar del lado de la seguridad.

A. 3.8.2

sobrecargas de explotación

3.9

Las sobrecargas de explotación varían totalmente según el tipo y la finalidad de la construcción. En general, sus valores vienen impuestos por las normas vigentes; pero aún así y, naturalmente, si éstas no existen, el proyectista —o en su caso el Facultativo que redacte las Bases para el concurso de proyectos correspondiente—, deberá pensar y ponderar, de acuerdo con los criterios expuestos en esta Instrucción, los valores característicos que deben ser adoptados, en cada caso particular, para esas sobrecargas de explotación. A. 3.9.1

No obstante, en tanto no se disponga de una Instrucción de cargas y sobrecargas, es obligado referirse a las que establecen las Normas particulares vigentes, y dar un criterió que las califique, de acuerdo con lo establecido en la presente Instrucción. En este sentido, la prescripción final del apartado que se comenta parece, sin ser exagerada, suficientemente conservadora.

En cuanto a las sobrecargas de viento y nieve, no parece necesario comentarlas con detalle. El Instituto tiene en preparación un manual informativo, para el establecimiento de todas ellas, de conformidad con las condiciones climáticas de las distintas regiones, especialmente en lo que se refiere a la nieve. Hasta su publicación, no existiendo normas españolas de carácter general para el viento, pueden recomendarse las Instrucciones belgas, las alemanas o las francesas.

A. 3.10.1

En cuanto a la retracción, los múltiples estudios de que hoy dispone la técnica sobre el tema —si bien se ha de continuar profundizando en la cuestión— parecen aconsejar el valor dado como media aceptable.

A. 3.10.2

Es sabido que, en gran parte, la retracción viene influida por la mayor o menor humedad del ambiente, particularmente seco en la meseta central española; y que, prácticamente, desaparece en obras sumergidas.

No es posible fijar valores concretos de la retracción, dadas las variables que influyen en ella: humedad ambiente, intensidad y modo de curado, clase de cemento, época del año en que se construye, espesor del elemento, cuantía y tipo de armaduras, etc.

Siendo la variable principal la humedad ambiente, podría fijarse como expresión de la retracción el valor:

$$(100 - H\%) 10^{-5}$$

siendo:

$H\%$ = el grado higrométrico medio, en porcentaje, del mes más seco del año.

Este período de un mes podría aumentarse en el caso de grandes espesores (por ejemplo, en el caso de una presa, podría elevarse a un año y aún más); pero, en las estructuras corrientes, tal aumento no tiene interés.

En España, como valores medios de $H\%$, pueden aceptarse los siguientes:

— región central	50 %
— región cantábrica	70 %
— región mediterránea	62 %
— región meridional	54 %
— ultramar	66 %

En cuanto a la influencia de la cuantía de armaduras, en la retracción del conjunto hormigón-acero, su estudio se incluye en el comentario 3.16, relativo a deformaciones.

A. 3.10.3

La fórmula que establece, en grados centígrados, las variaciones de temperatura que conviene considerar en el cálculo,

$$\pm 20 - (0,75 \sqrt{\text{espesor del elemento en cm}} > 20)$$

representa relativamente bien la variación de temperatura que puede experimentar el elemento, con holgura suficiente para aceptar modificaciones de $\pm 5^\circ \text{C}$, que permiten simplificar el cálculo y que no tienen todavía demasiada influencia en los esfuerzos resultantes.

En piezas muy delgadas, la fórmula da una variación de temperatura de $\pm 20^\circ \text{C}$, o sea, un total de 40°C que es, aproximadamente, la máxima variación de la temperatura media diaria durante el año, en las ciudades españolas de clima más variable. Hay ciudades españolas en las que las temperaturas instantáneas pueden llegar a variar en total unos 60°C a lo largo de todo el año, pero estas temperaturas instantáneas no llegan a transmitirse a la masa del hormigón, debido a su corto periodo de actuación; por lo que se ha considerado que, realmente, las piezas de hormigón no variarán su temperatura en más de los citados 40°C .

La influencia del diferente caldeoamiento de una cara a otra puede tener importancia, especialmente en elementos de poco espesor y con sustentaciones relativamente rígidas (losas, láminas, etc.). En general, en piezas prismáticas puede prescindirse de este efecto, pues su gran superficie específica regula o amortigua las diferencias térmicas de una parte a otra de la pieza.

Para tenerlas en cuenta, puede utilizarse la relación:

$$(T_s - T_l) K = (T_s - T_l) K_r$$

en la cual:

T_e = Temperatura en °C de la cara expuesta al sol.

T_i = Temperatura en °C de la cara interior o no expuesta al sol.

T_a = Temperatura en °C del ambiente interior.

K = Coeficiente de transmisión térmica entre las dos caras.

K_e = Coeficiente de transmisión térmica entre la cara exterior y el ambiente interior.

Partiendo de esa relación, pueden establecerse los valores medios siguientes:

Diferencias de temperatura en °C previsibles en elementos de hormigón de poco espesor (unos 6 a 15 cm), expuestos al sol por una cara y mantenidos en ambiente a 27° C por la otra cara.

	CASO A	CASO B	CASO C
6 cm de hormigón	9	7	5
10 cm " "	12	10	7
15 cm " "	16	12	9

CASO A: La cara del hormigón expuesta al sol es de color oscuro o está pintada de oscuro.

CASO B: La cara del hormigón expuesta al sol es de color blanco o está pintada de blanco, de un modo perenne.

CASO C: La cara del hormigón expuesta al sol lleva un revestimiento de aluminio, para reflejar los rayos solares.

Se ha considerado que la temperatura alcanzada por una superficie de hormigón de color oscuro sobre la que da el sol es de 71° C. Para superficie exterior blanca se consideran 61° C, y para superficie exterior de aluminio pulido, 51° C.

En cuanto a los asientos de las sustentaciones, interesa recalcar aquí la importancia que pueden tener, especialmente en el caso de estructuras hiperestáticas.

A. 3.10.4

Siendo, en general, muy imprecisa su determinación previa, conviene fijar estos valores con bastante holgura. Y, sobre todo, prever la posibilidad de accidentes que los aumenten, incluso para abandonar tipos estructurales en los que aquéllos puedan tener efectos gravemente perjudiciales.

Gran parte de los accidentes se producen, no por un aumento de las sobrecargas previstas, ni por defectos del material, sino por defectos de cimentación. Tal es el caso de casi todos los hundimientos de puentes, en los que no se ha considerado oportunamente el peligro de socavación y de reblandecimiento del terreno bajo la acción de avenidas repetidas.

Las condiciones del terreno son tan importantes, por lo menos, como las de los materiales de la propia estructura; y al hablar de cálculos confiables, hay que pensar más en errores de hipótesis de este tipo que en los de los propios cálculos o en los de las teorías en que se fundan.

A. 3.10.5

En nuestra península, cuyas zonas sísmicas poseen, como media, un grado sísmico inferior a 7 (escala de Mercalli, modificada por Wood-Neuman), no es frecuente tener en cuenta en los cálculos los efectos sísmicos. Tales efectos podrían introducirse a través de un coeficiente sísmico (función del grado sísmico de la localidad y de la clase de terreno), multiplicador de la carga que actúa sobre los soportes o elementos sustentantes análogos, tomando para esta carga la suma de la carga permanente y de la sobrecarga, afectada esta última de un coeficiente de reducción. Se obtendría así una fuerza horizontal representativa de la actuación del seísmo, fuerza que debería considerarse aplicada sobre los soportes, a la altura correspondiente a los puntos en que apareciesen concentraciones de masas, y con la dirección y sentido que resultase más desfavorable. Para dicho cálculo, resultaría lógico admitir una reducción estimativa en el coeficiente de mayoración.

Ahora bien, no existiendo, por el momento, Normas específicas sobre este tema, el articulado se limita a llamar la atención sobre su posible importancia, sin llegar a prescribir un cálculo detallado en relación con tan aleatorio fenómeno.

bases fundamentales de cálculo

3.11

Es este artículo el de mayor importancia de la Instrucción. A. 3.11.1

Sus primeros apartados no requieren amplio comentario. El concepto de *solicitud* queda claramente definido, en correlación con el concepto de *carga* (V. C. 3.6), disipando así las confusiones que frecuentemente surgen en torno a ellos.

En relación con las sobrecargas excepcionales, en el comentario 3.6 quedaron expuestas las razones que justifican la prescripción de no tenerlas en cuenta, normalmente, en el cálculo; permitiéndose, con toda lógica, una reducción estimativa del coeficiente de mayoración para aquellos casos especiales en los que se juzgue oportuno tomarlas en consideración. A. 3.11.2

En cuanto a las sobrecargas de ejecución, pocas veces resultará de su consideración una hipótesis de cálculo más desfavorable que las que pueden establecerse teniendo en cuenta las sobrecargas de explotación, incompatibles con las anteriores. Pero en casos especiales, y como consecuencia de un particular proceso constructivo, podrían aquellas sobrecargas ser determinantes en algún elemento de la estructura; por lo que es obligado considerarlas. A. 3.11.3

Los apartados que siguen están muy ligados entre sí y van a culminar en el último, que compendia todas las bases del cálculo. Interesa, por esto, comentarlos de un modo amplio, a la vista de todos ellos. A. 3.11.4
a
A. 3.11.9

Para el cálculo de cualquier elemento, o de cualquier sección, es necesario considerar la hipótesis más desfavorable de carga, llamada pésima.

En realidad, para lograr esta combinación, habrían de considerarse los máximos valores de las cargas que producen efectos desfavorables y los mínimos de las que producen efectos favorables. Parece, por tanto, que deberían tomarse, en el primer caso, las cargas mayoradas; y en el segundo, no ya las características (iguales a las medias multiplicadas por la unidad *más* el coeficiente de dispersión), sino las características mínimas, iguales a las medias multiplicadas por la unidad *menos* el coeficiente de dispersión; puesto que lo mismo que se

admite la posibilidad de que el valor medio aumente para pasar al característico, debe admitirse la posibilidad de que se reduzca.

En general, las sobrecargas pueden actuar o no; por consiguiente, su mínimo es cero. Pero las cargas permanentes (el peso propio, por ejemplo) actúan siempre, y pueden presentar una dispersión, o diferencia de una parte a otra de la estructura. Por tanto, lo que interesaría, teóricamente, sería la carga característica mínima, $F_m (1 - \delta)$.

Esto puede, efectivamente, tenerse en cuenta en casos graves y delicados, en los que interese un afinamiento. Por ejemplo, en una presa de gravedad de perfil muy afinado, en la que se tema que el peso específico pueda bajar del exigido.

Pero, en general, este posible defecto queda cubierto de sobra por la supresión del coeficiente de mayoración, C_M , para ese peso estabilizante, y por su mantenimiento para el empuje, volcador, del agua.

La aplicación general de valores característicos máximos y mínimos conduciría, por ejemplo, a tener que considerar, en todas las vigas continuas, la posibilidad de que su peso propio sea mayor en una luz que en otra; con una complicación de cálculo grande y de poca significación práctica.

La experiencia enseña que, en estos casos, da buenos resultados, no sólo no considerar esta diferencia de valores característicos, sino el prescindir también de la aseguradora combinación de pesos mayorados en una luz y característicos en otra.

Por todo ello se establece como estado pésimo de carga, el producido por la combinación de sobrecargas mayoradas, y de cargas permanentes mayoradas o características, según que su efecto vaya a ser desfavorable o favorable; pero, sin considerar que estas cargas permanentes puedan alcanzar simultáneamente valores mayorados en una parte de la estructura y característicos en otra. Y aún, para estructuras normales de edificación o de tipo análogo, se permite prescindir del doble análisis; es decir, se permite considerar, para todo tipo de cargas, únicamente sus valores mayorados. Con lo

que se simplifica el cálculo en estos casos frecuentes de estructuras sencillas que, por otra parte, se han venido calculando así hasta el momento.

Se refiere el párrafo anterior al estudio de secciones. En el estudio del equilibrio, el criterio resulta inequívoco y bien justificado, a través del apartado 3.11.7, en relación con el 3.8.2. Para ambos estudios, el proyectista, en todo caso, puede adoptar otro criterio más conservador, si lo considera necesario.

Aclarado todo esto, se establece el criterio fundamental de que *los estados pésimos de carga no deben superar los de agotamiento*. Es decir, las cargas características, multiplicadas por un coeficiente de mayoración, C_M , originan unas solicitaciones que no deben superar a las de agotamiento; las cuales, como se vió, corresponden a las resistencias características de los materiales, divididas, a su vez, por un coeficiente de minoración, C_{m1} , propio de cada material.

Aquí reside la diferencia esencial entre el método elástico clásico y el más moderno, llamado frecuentemente de "cálculo en rotura".

En los métodos clásicos se supone que las solicitaciones no pueden pasar de unos ciertos valores concretos; y dichos métodos establecen que, sometido a esas solicitaciones, el material debe trabajar sin sobrepasar una determinada tensión admisible. Esa tensión admisible la que se hace igual a la resistencia del material, dividida por un coeficiente de seguridad global.

Este planteamiento adolece de dos defectos. En primer lugar, equivale a suponer, al menos aparentemente, que sólo existe, como causa posible de accidente, el defecto del material. En segundo lugar, supone que, al llegar la rotura, las tensiones se distribuyen, dentro de la estructura o del elemento en cuestión, en igual forma que cuando el elemento está en condiciones normales de funcionamiento; es decir, con un comportamiento elástico. Lo que resulta muy alejado de la realidad.

Consecuencia de ello es que, siempre que se han tratado de determinar, por esas teorías, las resistencias reales de un elemento, se han apreciado diferencias muy importantes respecto a las calculadas.

Porque, si se quiere conocer lo que va a ocurrir en caso de accidente, o bajo qué sollicitaciones va a presentarse éste, es forzoso considerar la estructura con sus materiales *como corresponde a ese caso* y no de otra forma: es decir, en agotamiento resistente.

Si, mediante los oportunos coeficientes de seguridad, se queda suficientemente alejado de esas condiciones, lo que interesa no es saber cómo se reparten entonces las tensiones, ni qué valores alcanzan, sino saber a qué distancia del agotamiento, por así decir, se está realmente. Es decir, cuál es, efectivamente, el grado de seguridad.

Lo que puede ocurrir realmente son dos cosas: Una, que las cargas aumenten por causas imprevistas. Otra, que descienda la resistencia de la estructura, a causa de un defecto del material o en la ejecución. Por una causa o por la otra, o por combinación de ambas a la vez, la sollicitación actuante puede, entonces, alcanzar la de agotamiento de un cierto elemento, y sobrevenir con ello el accidente.

Por eso, lo que ahora se hace es suponer que las cargas previstas pueden aumentar en una cierta proporción, C_M , originando una sollicitación pésima; que, simultáneamente, la resistencia del elemento puede resultar disminuida en otra proporción, C_m ; y se calcula, entonces, la sollicitación de agotamiento. Y en esas condiciones, se trata de que la primera sollicitación no supere a la segunda. Pero suponiendo que ésta, la de agotamiento, es la que corresponde al comportamiento del material del elemento o de la estructura toda, *trabajando realmente en sus condiciones de agotamiento*, las cuales no corresponden a las hipótesis elásticas clásicas.

Un ejemplo de otro orden podrá ser la estabilidad de un muro de contención. Se dice que el muro vuelca cuando la resultante de su peso y del empuje de las tierras pasa por el borde inferior del muro. Pero esta hipótesis está fuera de la realidad: porque antes de que la resultante alcance ese punto, las reacciones sobre la base se han concentrado en una zona lo suficientemente pequeña para que el muro se rompa, o el terreno ceda y el muro gire sobre un eje, retrasado respecto del borde.

Volviendo al tema: Con la condición expuesta, de que la sollicitación pésima no sobrepase la de agotamiento,

queda asegurada la estructura contra el grave peligro de hundimiento. Pero en esas condiciones de agotamiento, los elementos estarían fuertemente deformados y agrietados. Es necesario, pues, añadir la condición de que, sometida a las solicitaciones sin mayorar o de servicio, la estructura no sufra, ni fisuraciones lo suficientemente grandes como para facilitar la corrosión de las armaduras, ni deformaciones lo suficientemente grandes como para hacerla inadecuada al uso a que se la destina.

Estas dos condiciones son mucho menos graves que la primera. La experiencia y el buen sentido aconsejan, pues, suprimir aquí los coeficientes de mayoración y minoración; pues de lo que se trata es de estudiar lo que ocurre en las condiciones reales o normales de la construcción, y no en las de agotamiento.

Por otra parte, los límites, tanto de fisuración como de deformación, no son estrictos, y es preferible fijar esos límites con los márgenes de seguridad que se desee, antes que tratar de estudiarlos en condiciones, por así decir, ilusorias o fuera de la realidad, como son las pésimas; condiciones pésimas que sólo constituyen un artificio para quedar suficientemente alejados de todo posible fallo resistente.

Ahora bien; como todos los cálculos anteriores se han llevado a cabo manejando solicitaciones pésimas, resistencias minoradas y cargas mayoradas, al tratarse estos temas de fisuración y deformaciones, en los correspondientes artículos y comentarios, se exponen todas las fórmulas en función de esos mismos valores —no en función de los característicos—, con objeto de facilitar su manejo y mantener la uniformidad con el resto de la Instrucción. Bien entendido que, a través de los coeficientes oportunos, ya se ha tenido en cuenta el cambio aludido.

Después de lo expuesto en comentarios anteriores, no se considera necesario añadir observaciones o aclaraciones a este artículo, que no presenta tampoco novedad respecto a lo que se ha venido haciendo hasta hoy para este género de comprobaciones.

Como quedó dicho en el apartado 3.1.2, esta parte de la Instrucción no se refiere a cálculo plástico de estructuras. Ello no significa, en ningún modo, que se proscriban tales procedimientos; pero se estima que su desarrollo no ha alcanzado, por hoy, toda su plenitud y, en consecuencia, el articulado se refiere únicamente a las teorías clásicas de la Elasticidad y de la Resistencia de Materiales. A. 3.13.1

A pesar de ello, se incluyen a continuación algunas consideraciones en torno a ese tema tan actual de la plasticidad que, con gran probabilidad, acabará imponiendo sus criterios y métodos propios en la futura evolución del hormigón armado.

Habiéndose adoptado, a los efectos resistentes, el criterio del cálculo en agotamiento —bajo la acción de cargas mayoradas y con materiales de resistencias minoradas—, parece lógico admitir los mismos principios para el cálculo de las solicitaciones, partiendo de las condiciones pésimas. Es decir: tratar de dimensionar la estructura toda para que, en esas condiciones pésimas, se alcance el estado de agotamiento total de la misma.

Como siempre, si los materiales fuesen elásticos hasta rotura, no habría dualidad posible en el sistema de cálculo de solicitaciones; pero, no siendo así, el problema es diferente.

Al aproximarse el agotamiento, la plasticidad, tanto del hormigón como de las armaduras, hace que en las zonas más cargadas de un elemento aparezcan, bajo la acción de los momentos, rótulas plásticas o pseudo-plásticas, en las que los giros aumentan desproporcionadamente antes del fallo final. Por efecto de estos giros se produce una redistribución de las solicitaciones y el comportamiento del material se sale del dominio elástico. Y la rotura total no se produce hasta que el agotamiento se alcanza en un número suficiente de rótulas para que se haga imposible el equilibrio.

Por ejemplo, en una viga apoyada de sección constante, sometida a cargas crecientes, la caída se alcanza cuando falla la sección central o más cargada. Pero en una viga empotrada, en la que los momentos máximos se producen en los empotramientos, al producirse en

ellos rótulas plásticas que limitan su momento resistente, los nuevos incrementos de carga van aumentando los momentos flectores en la parte central de la viga, y el fallo sólo se presenta cuando se produce ahí una tercera rótula.

Si la viga tiene un momento de agotamiento M_1 , las primeras rótulas se producen para una carga uniformemente repartida, p_1 , tal que $M_1 = p_1 L^2 : 12$; ó sea, para $p_1 = 12 M_1 : L^2$. Pero entonces, el momento en el centro es $(p_1 L^2 : 24) < M_1$ y, por consiguiente, la viga sigue resistiendo, hasta que se alcance otra carga superior, p_2 , tal que, en el centro, se verifique $p_2 L^2 : 16 = M_1$. Porque ese es el momento resultante con momentos de empotramiento constantes en los extremos e iguales a $M_1 = p_1 L^2 : 12 = p_2 L^2 : 16$, como es fácil comprobar.

Resulta, pues, que, calculando elásticamente, sólo podría resistirse una carga p_1 ; y, calculando plásticamente, se observa que la viga puede soportar otra p_2 , de valor $p_2 = 16 p_1 : 12$; es decir, superior en un 33 por 100 a la anterior. Tiene, pues, interés aprovechar las ventajas de los métodos plásticos, pero hay que utilizarlos con prudencia para poder asegurar la posibilidad de redistribución de esfuerzos; porque, ni el comportamiento de las rótulas es perfectamente plástico, ni son bien conocidos todavía los diagramas esfuerzo-giro. Todo ello hace que no exista un método plástico con el grado de generalidad práctica que puede atribuirse al método elástico, el cual, en general —parece ser que no siempre—, queda del lado de la seguridad. Por eso se hace necesario hoy autorizar el cálculo elástico, aun cuando no resulte básicamente coherente con el de comprobación de secciones en agotamiento. Pero se hace necesario, igualmente, autorizar aquellos métodos plásticos especialmente estudiados para estructuras de hormigón armado, cuya eficacia en muchos casos (por ejemplo, el de Johansen para placas) está ya sobradamente sancionada, no sólo por la experiencia de laboratorio, sino también por la práctica de muchos proyectos y obras.

A. 3.13.2

A. 3.13.3

En cuanto a la forma de definir la luz de cálculo, es la corrientemente admitida y no requiere comentario especial. Del mismo modo, la simplificación introducida en relación con el valor del momento de inercia, supone poca variación y queda siempre del lado de la seguridad.

inestabilidad

3.14

Muchas son las formas posibles de inestabilidad, desde la más sencilla del pandeo de la pieza cargada axialmente, a la del conjunto de una estructura compleja o de un elemento laminar. Por eso mismo no es posible dar reglas explícitas para todos los casos. A. 3.14.1

Unos métodos se desarrollan sobre bases puramente teóricas; otros, pueden considerarse semiempíricos. Pero tanto unos como otros requieren, para su adecuada aplicación, la inclusión de parámetros correctivos, determinados experimentalmente.

El complejo hormigón armado, y su más complejo comportamiento reológico, agravan el problema. Las deformaciones lentas bajo carga permanente, adquieren fundamental importancia en estos casos, como están demostrando los recientes estudios de Tahl. Y, en fin, las proporciones que acepta el hormigón armado, hacen que el fallo final se produzca siempre por el agotamiento de la sección en flexión o compresión compuestas, producidas por la excentricidad adicional debida a las flechas de pandeo.

Por todo ello, para el caso particular más corriente de pieza recta sometida a una compresión longitudinal, teóricamente centrada, o excéntrica, se ha adoptado el método que se expone a continuación, en el que, sin perder de vista las conclusiones del C.E.B. en relación con los estudios de Aas Jackobsen, se desarrollan hipótesis originales, perfectamente concordantes con el resto de esta Instrucción, y cuyos resultados se asemejan a los del ya citado profesor Jackobsen.

* * *

En piezas rectas, para tener en cuenta los peligros del pandeo, quedándose del lado de la seguridad respecto a ellos, se puede adoptar el criterio de considerar, A. 3.14.3

como carga límite, la que produce el agotamiento de la sección central, cuando la excentricidad de la carga, respecto al centro de esa sección, es la dada más la flecha que toma la pieza cuando su curvatura es tal que la sección alcanza su agotamiento. La exposición siguiente aclarará este concepto.

En una rebanada de pieza, la máxima deformación de la cara más comprimida es la de rotura, que se toma igual a 0,0035 (V. A. 3.18.3), de acuerdo con el C.E.B.

La máxima deformación angular de esa rebanada se produce cuando, con ese acortamiento en una cara, la otra cara está en tracción, y la armadura correspondiente alcanza su límite elástico.

En cuanto la deformación es mayor, el acero ordinario entra en plasticidad y la pieza falla, prácticamente, bajo la misma sollicitación. Con acero estirado en frío o especial, se puede obtener un ligero aumento de sollicitación, sobrepasando la deformación que corresponde al límite elástico convencional; pero ahora se prescinde de ello, permaneciendo así en el lado de la seguridad.

La deformación angular resultante es, pues:

$$\varepsilon_b + \varepsilon_a = 0,0035 + \frac{A}{E_a}$$

Con un acero en el que sea $A = 3.000 \text{ kg/cm}^2$, resulta $\varepsilon_b + \varepsilon_a = 0,005$. Con aceros más altos puede ser poco mayor; pero este valor se puede tomar como buena base, en el terreno de aproximación que interesa.

La incurvación elemental resultante es, por tanto:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{r_c} = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_a}{b_p} = \frac{0,005}{b_p}$$

Es cierto que una pieza puede romperse con una curvatura menor; por ejemplo, si la excentricidad es suficientemente pequeña para que toda la sección esté en compresión. Pero para ponerse ahora del lado de la seguridad, lo que interesa es la máxima curvatura; puesto que de lo que se trata es de tomar la flecha resultante, como base para calcular la carga límite; la cual será tanto menor cuanto mayor sea la flecha —o sea, la ex-

centricidad supuesta—. Y, efectivamente, puede decirse que esa curvatura será la mayor de todas las que pueden aceptar secciones cualesquiera (con diferentes excentricidades y cuantías) antes de entrar o al entrar en agotamiento.

Al tomar esa curvatura máxima la rebanada central de la pieza, se alcanzará una flecha que, a su vez, es la mayor posible; y puede tomarse como base segura para el estudio del pandeo.

Para determinar esa flecha, considérese primeramente el caso de carga inicial teóricamente centrada. La flecha será, exclusivamente, la debida a la curvatura que tome la pieza.

Si la deformación angular fuese proporcional al momento y, por tanto, a la flecha, en cada rebanada de la pieza, ésta tomaría forma sinusoidal, como se demuestra en la Resistencia de Materiales clásica; y la flecha en el centro sería:

$$f = \frac{L^2}{\pi^2 r_c} \simeq 0,0005 \frac{L^2}{b_p}$$

No siendo esto así, sería necesario considerar el diagrama real momentos-deformaciones angulares. No pudiendo fijarlo con precisión —pues varía de un caso a otro y no es bien conocido—, y tratándose solamente de encontrar valores aproximados y seguros, puede aceptarse, para la deformada, una variación con el cuadrado del seno (en lugar de con el seno, como supone la Resistencia de Materiales). Con ello resulta:

$$\frac{1}{r_c} = \frac{0,005}{b_p} \cos^2 \frac{\pi x}{L} = - \frac{d^2 y}{dx^2}$$

que cumple las condiciones:

$$\frac{1}{r_c} = \frac{0,005}{b_p} \text{ para } x = 0 \text{ y } \frac{1}{r_c} = 0 \text{ para } x = \pm \frac{L}{2}$$

La ecuación puede escribirse en la forma:

$$- \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{0,005}{2b_p} \left(1 + \cos \frac{2\pi x}{L} \right)$$

Integrando:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{0,005}{2b_p} \left(x + \frac{L}{2\pi} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{L} \right) + C_1$$

Para $x = 0$ debe ser $\frac{dy}{dx} = 0$, de donde:

$$C_1 = 0$$

Integrando de nuevo:

$$y = -\frac{0,005}{4b_p} x^2 + \frac{0,005}{2b_p} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{L} + C_2$$

Para $x = \pm \frac{L}{2}$ debe ser $y = 0$, de donde:

$$C_2 = \frac{0,005 L^2 (\pi^2 + 2)}{16b_p \pi^2}$$

Haciendo ahora $x = 0$, obtenemos la flecha:

$$\begin{aligned} y = f &= \frac{0,005}{2b_p} \left(\frac{L}{2\pi} \right)^2 + \frac{0,005}{16b_p} L^2 \left(1 + \frac{2}{\pi^2} \right) \simeq \\ &\simeq 0,00044 \frac{L^2}{b_p} \end{aligned}$$

Este valor es algo más conservador que el dado por Aas Jacobsen, igual a:

$$f = \frac{1}{52^2} \frac{L^2}{b_p} = 0,00037 \frac{L^2}{b_p}$$

Para pasar ahora al caso general de la compresión excéntrica, puede considerarse esta sollicitación originada por una carga centrada N y un momento Ne_0 .

Pero el segundo produce una flexión pura o circular; por consiguiente, la deformada, si actuase solamente el momento, sería un arco de circunferencia, con lo que resultaría:

$$\frac{1}{r_c} = \frac{0,005}{b_p} = -\frac{d^2y}{dx^2}$$

Integrando:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{0,005}{b_p} x$$

Integrando de nuevo:

$$y = - \frac{0,005}{2b_p} x^2 + C_1$$

Como para $x = \pm \frac{L}{2}$ debe ser $y = 0$, resulta:

$$C_1 = \frac{0,005}{8} \frac{L^2}{b_p}$$

Haciendo ahora $x = 0$, obtenemos la flecha:

$$y = f = \frac{0,005}{8} \frac{L^2}{b_p} \simeq 0,00062 \frac{L^2}{b_p}$$

Es decir, que la flecha varía de $0,00044 \frac{L^2}{b_p}$ a $0,00062 \frac{L^2}{b_p}$ al pasar la excentricidad inicial de cero a infinito.

No es posible que, en la realidad, la flecha alcance el mayor de estos dos valores, porque la pieza fallaría, evidentemente, antes de que todas las secciones alcanzasen por igual la deformación de rotura. La flecha real para excentricidad infinita ha de parecerse a la de excentricidad nula mucho más todavía que la teórica.

El valor $f = 0,00062 \frac{L^2}{b_p}$ es, sin duda, muy exagerado y, por tanto, ha de quedar del lado de la seguridad una expresión general tal como la que se propone:

$$f = 0,00044 \frac{L^2}{b_p} \left(1 + \frac{0,4e_0}{b_p + e_0} \right)^*$$

* Corresponde a $K = 48$ (pieza biarticulada) en la fórmula del apartado 3.14.3.

que da los valores antedichos para $e_0 = 0$ y para $e_0 = \infty$, respectivamente.

* * *

Las soluciones encontradas determinan solamente la máxima flecha que podría tomar la pieza cumpliendo las condiciones de equilibrio y de compatibilidad. Pero no dicen nada respecto a las condiciones de estabilidad o inestabilidad.

En relación con este punto basta recordar que, según se demuestra en teoría de elasticidad (teorías de Trefft, Marguerre, Poincaré, etc.), la carga crítica de pandeo o punto de tránsito del equilibrio estable al inestable, coincide con un punto de bifurcación, a partir del cual aparecen dos soluciones de equilibrio elástico: una, la recta, inestable; y otra, la curva, que corresponde necesariamente a equilibrio estable. Este segundo estado de equilibrio estable es muy próximo al indiferente, según demostró el Profesor Benito. ("Estudio de pandeo de la pieza recta cargada de punta". Publicación núm. 67 del Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción. Madrid, 1950.)

Es decir, que si bien las cargas de equilibrio elástico crecen con las flechas correspondientes, los incrementos de aquéllas son muy pequeños. Por consiguiente, la carga crítica es muy poco diferente de la que resulta para una flecha cualquiera, dentro del campo de pequeñas flechas que aquí interesa.

Ahora bien; si el diagrama tensión-deformación, o el de momentos-giros elementales de la pieza, fuese rectilíneo (comportamiento hookeano) hasta la máxima deformación considerada, $\delta = 0,0035$; es decir, si el módulo de elasticidad fuese $E^* = R : 0,0035$, es claro que las soluciones antes estudiadas serían exactamente soluciones de equilibrio elástico estable.

Pero siendo el diagrama curvo, presenta un último

tramo con módulos tangentes muy bajos, y uno primero con módulos varias veces más altos que el valor E^* . La pieza se comporta, inicialmente, con estos módulos altos, mucho más rigidamente; y, por tanto, ha de acusar una carga crítica más alta.

Los cálculos hechos han de dar, por consiguiente, soluciones del lado de la seguridad, al menos teóricamente, sobre las hipótesis de deformación adoptadas para los materiales. Y ello, independientemente de que, en la última parte del diagrama, el módulo tangente descienda y, por tanto, la pieza entre en equilibrio inestable en esa zona de mayores flechas, próximas a la máxima considerada.

Dicho de otro modo: al aumentar la flecha, la carga correspondiente al equilibrio estable va creciendo muy lentamente; la carga de agotamiento resistente va bajando más rápidamente. La flecha para la que ambas coinciden, es menor que la calculada aquí. Por consiguiente, el tomar como carga crítica la de agotamiento con esa flecha mayor, queda del lado de la seguridad.

. . .

En relación con el pandeo de las piezas por torsión y desvío lateral, partiendo de un valor del módulo de

A. 3.14.4

A. 3.14.5

elasticidad igual a $8.500 \sqrt{R_k}$ (correspondiente a cargas duraderas), es fácil comprobar que, si se cumple la condición $L \leq 200 b^2 : h$ para pieza rectangular, o la condición $L \leq 12 b$ para pieza en T, el agotamiento de la sección más solicitada se presentará antes que la inestabilidad de la pieza. Y ello con suficiente margen de seguridad.

De igual modo, el estudio clásico del pandeo de ala en piezas en T, con el mismo módulo de elasticidad antedicho, conduce a un vuelo admisible de diez veces el espesor del ala; vuelo que, en el articulado, por seguridad, se reduce a ocho; y análogas consideraciones llevan

a limitar la altura libre del nervio a ocho veces su espesor.

A. 3.14.7

Por último, no es posible establecer reglas concretas para todo género de formas de sección. Pero los comentarios anteriores podrán servir de orientación al proyectista para prevenir los peligros de pandeo que pueden presentarse, especialmente cuando los espesores son pequeños en relación con las otras dimensiones de la pieza.

Conviene recordar especialmente que, en secciones delgadas tubulares, arqueadas o poligonales, se producen, normalmente, flexiones transversales que solamente pueden calcularse con cierta precisión mediante la aplicación de teorías laminares, en general, complejas y delicadas; y que la influencia de esas flexiones puede alterar sensiblemente las leyes de reparto de las tensiones longitudinales y cortantes de la pieza.

Si bien es corriente que, en una estructura correctamente proyectada y ejecutada, no se produzca fisuración apreciable, no es posible asegurarlo en tanto se admitan zonas en tracción.

La técnica actual tiende cada día más al empleo de armaduras de alto límite elástico, trabajando, económicamente, a fuertes tensiones. Tensiones de 2.500 kg/cm^2 en régimen de trabajo son ya relativamente corrientes y los especialistas continúan investigando para llegar a límites mucho más altos.

Pero surge entonces el peligro de la consiguiente fisuración. Es, pues, preciso establecer unas condiciones que mantengan esa fisuración dentro de ciertos límites, especialmente para evitar la corrosión de las armaduras.

Los límites establecidos para la fisuración en el articulado son los que se van adoptando unánimemente por los especialistas en estas cuestiones, como consecuencia de los datos y opiniones aportados al Symposium de la R.I.L.E.M. de Estocolmo de 1957 ("Symposium on bond and crack formation in reinforced concrete"); de las observaciones en obras, hechas principalmente por Suecia y Holanda y, en fin, del criterio adoptado por el C.E.B.

Con esos límites de fisuración, se ha podido comprobar que la corrosión de las armaduras, o no se produce, o se mantiene dentro de márgenes aceptables. Pero ya se comprende que la ineludible imprecisión de las condiciones del ambiente impide afinar los valores y las fórmulas que hayan de conducir a dichos límites.

Por otra parte, todos los experimentadores están conformes en que el fenómeno de la fisuración es muy disperso, como lo es la resistencia a tracción del hormigón y la adherencia entre éste y la armadura; factores que parecen ser los que más directamente influyen en la fisuración.

Y puede decirse que todos están también conformes, hoy, en que, no siendo posible evitar la fisuración —o, por lo menos, la posibilidad de que aparezca—, especialmente cuando quieren utilizarse altas tensiones de tracción en el acero, es necesario tratar de repartir esta fisuración lo más posible. Es decir, tratar de que, en una longitud, la abertura total de fisuras se reparta entre el

mayor número posible de ellas, para que la amplitud de cada una sea menor.

Para ello, el medio más eficaz consiste en mejorar la adherencia entre el hormigón y la armadura, y disponer ésta con el mayor perímetro adherente, dentro de los límites prácticos. La eficacia de esta idea se aparece, casi, como intuitiva; pues la grieta en el hormigón, sin cortar la continuidad de la armadura, implica un deslizamiento entre ambos materiales en los bordes de la fisura; es decir, implica un fallo de la adherencia.

Igualmente clara aparece la conveniencia de reducir la tensión del acero; lo que lleva consigo la disminución del alargamiento del conjunto.

Parece que un aumento de la resistencia del hormigón ha de resultar también beneficioso. Sin embargo, su influencia es menor de lo que pudiera estimarse a primera vista; en primer lugar, porque un aumento determinado en la resistencia a compresión sólo representa un aumento en proporción mucho menor de la resistencia a tracción; y en segundo lugar, porque si ese aumento se logra con una elevación de la dosificación de cemento, ello produce, a su vez, un aumento de la retracción y, por tanto, una mayor tendencia a la fisuración, como ha señalado Wästlund, especialmente con fuertes cuantías. Y no hay que olvidar que, en general, y para las aplicaciones que aquí se tratan, las cuantías son siempre fuertes en las zonas de tracción donde se producen las fisuras.

Así pues, la resistencia del hormigón sólo hace verdaderamente influyente su efecto cuando las tensiones de las armaduras son bajas y las cuantías no son muy altas.

Pero con la tendencia actual a utilizar acero de alto límite elástico, esa influencia es pequeña, y puede decirse que la abertura de fisura disminuye, fundamentalmente, con la reducción de la tensión de trabajo del acero, con el aumento de la rugosidad de la superficie de la barra y con el aumento de la superficie adherente, para una misma área envolvente de hormigón.

Conviene observar que esto equivale a decir que, para unos mismos número y diámetro de barras, lo que con-

viene es reducir —no aumentar— el área de hormigón que las envuelve. Con ello la cuantía aumenta y crece también el perímetro adherente por unidad de área de hormigón.

Este hecho, que parece chocar con ideas anteriores sobre la cuestión, fué, sin embargo, observado ya por Heunebrique, y, en realidad, ha venido implícitamente incluido en la idea, siempre aceptada, de que lo que convenía era distribuir la armadura en el mayor número posible de barras, disminuyendo el diámetro de éstas. Y, en definitiva, el ferrocemento de Nervi no es más que la aplicación, al límite, de esta idea, con la que se logran láminas de asombrosa deformabilidad e impermeabilidad.

Las fórmulas que han ido apareciendo en estos últimos años abundan en estos principios, y de ellas se han escogido para el presente estudio las propuestas en el C.E.B. y las adoptadas en la reciente Instrucción francesa (*Règles BA 1960*), que se comentan a continuación.

La Instrucción citada limita la tensión σ_a del acero al mayor de los valores que proporcionan las dos fórmulas siguientes:

$$\sigma_a = \frac{K\eta\omega}{\varnothing(10 + \omega)} \quad \text{y} \quad \sigma_a = 7,5 \sqrt{\frac{K\eta\sigma'_b}{\varnothing}}$$

en las que:

K es un coeficiente igual a 150.000 para obras protegidas; 100.000 para obras a la intemperie, en agua o en atmósferas agresivas, y 50.000 para obras en atmósferas muy agresivas;

η es un coeficiente igual a la unidad para barras lisas, y a 1,6 para barras de alta adherencia;

ω es la cuantía geométrica, en porcentaje, referida al área B_f del hormigón, cobaricéntrica con la armadura; es decir, $\omega = 100 n \pi \varnothing^2 : 4B_f$, siendo n el número de barras y \varnothing su diámetro;

σ'_b es la tensión admisible del hormigón a tracción.

Resulta suficientemente aproximado hacer $\sigma'_b = 0,5 \sqrt{R}$ y $\sigma_a = \frac{A}{C_M}$, tomando $C_M = 1,4$ como valor normal. Con ello, la segunda fórmula puede ponerse en la forma:

$$\varnothing \leq \frac{55 K \eta}{A^2} \sqrt{R}$$

de donde se deducen las relaciones del apartado 3.15.3.

Pero cuando se quiere utilizar barras de diámetros superiores a los que resultan de la anterior expresión, es necesario recurrir a la primera de las fórmulas citadas, o a otras igualmente autorizadas que hacen intervenir el factor $n\varnothing : B_f$; es decir, el perímetro adherente por unidad de superficie de la sección de hormigón envolvente.

Esa primera fórmula es sensiblemente la misma propuesta por Brice en el C.E.B. en competencia con la de Rüsç. Brice establece la relación:

$$(0,4 + 4,5\omega) \frac{\varnothing}{\omega} \sigma_a \leq K \times 100$$

con \varnothing en milímetros, σ_a en kg/cm^2 y los siguientes valores de K :

Ambiente	Protegido	Intemperie	Agresivo
Barras lisas	6.300	4.200	2.100
Corrugadas	9.900	6.600	3.300

Haciendo

$$\omega = \frac{n\pi\varnothing^2 : 4}{B_f}$$

y despejando B_f resulta:

$$B_f (\text{cm}^2) = n\varnothing_{(\text{mm})} \left(\frac{2K}{\sigma_a (\text{kg/cm}^2)} - 0,09 \varnothing_{(\text{mm})} \right)$$

$$\text{Con } n = 1, \text{ y tomando } \sigma_a = \frac{A}{1,4} = \frac{A_k}{1,4 \times 1,2}, \text{ de}$$

acuerdo con el criterio de la presente Instrucción, los valores de B_f resultantes son los indicados en las columnas (1) de los cuadros finales de este comentario.

Los valores negativos, así como los que resulten menores que los impuestos por las condiciones mínimas de recubrimiento, han de interpretarse como indicativos de que quedan eliminados tales diámetros en esas condiciones de ambiente. Por eso aparecen en cursiva, en los cuadros, todos aquellos valores que resultan menores que $6\phi^2$ y pueden, por tanto, considerarse inoperantes en la práctica.

Con barras de alta adherencia, se ha considerado también, en el cuadro correspondiente, el caso en que la armadura real sea doble de la necesaria, con lo que su tensión σ_a baja a la mitad. Así se consiguen valores aceptables de B_f , aun en el caso más desfavorable de ambientes agresivos.

La fórmula que se comenta, cuyo fundamento teórico puede verse en los apéndices de las *Règles BA 1960* antes citadas, parece haber dado resultados satisfactorios, tanto en la experimentación efectuada, como en su aplicación práctica. Y presenta la ventaja de ser aplicable por igual a tirantes, o elementos sometidos a tracción, que a las cabezas de piezas en flexión; tomando, en éstas, para B_f , la sección de hormigón cobaricéntrica con la armadura.

Por su lado, Rüschi presenta su fórmula, fundada en un centenar de ensayos en laboratorio sobre vigas de gran altura, y que está dispuesta para asegurar una probabilidad del 98 % de que las fisuras habrán de mantenerse dentro de los límites establecidos.

La fórmula es:

$$\phi \leq \beta \frac{\omega}{\sigma_a^2}$$

en la que:

ϕ está en milímetros;

σ_a en kg/mm^2 ;

ω está referida al área total de la sección de hor-

·migón (suponiendo, para homogeneizarla con la anterior, que dicha área es el triple de la sección de hormigón cobaricéntrica con la armadura); y β toma los valores:

Ambiente	Protegido	Intemperie	Agresivo
Barras lisas	10×10^3	5×10^3	—
Corrugadas	22×10^3	12×10^3	$2,5 \times 10^3$

Haciendo $\omega = \frac{n\pi\phi^2 : 4}{3B_f}$, $n = 1$, y tomando, como antes, $\sigma_a = \frac{A_k}{1,4 \times 1,2}$, resulta:

$$B_f \text{ (cm}^2\text{)} = K \frac{\phi \text{ (mm)}}{[A_k \text{ (kg/cm}^2\text{)}]^2}$$

con $K = 74\beta$.

Los valores resultantes son los indicados en las columnas (2) de los cuadros, con los inoperantes en cursiva.

Lo primero que se observa es la fuerte disparidad entre los valores (1) y los valores (2). El que éstos sean mucho mayores parece debido a que, en este comentario, se ha tomado como área cobaricéntrica el tercio del área de la sección total de la viga.

Aun cuando ésta fuese la propuesta de Rüsck en la sesión de Viena del C.E.B. (abril 1959), parece preferible reducir el tercio antedicho al quinto, que es lo que resultaría en vigas rectangulares con un recubrimiento normal del 10 % del canto; con lo que, por otra parte, la fórmula de Rüsck resulta aplicable no sólo a tirantes, sino también a vigas en flexión, como él propone.

Siguiendo este criterio se obtienen los valores indi-

cados en las columnas (3) de los cuadros. Como en los casos anteriores, se han incluido también en cursiva los valores inoperantes por falta de recubrimiento.

Las diferencias con los de Brice se reducen, si bien siendo bien apreciables. Ello nada tiene de particular, pues, como se dijo anteriormente, el fenómeno de fisuración es siempre disperso; y, sobre todo, hay que tener en cuenta que es imposible delimitar de un modo preciso cada uno de los diferentes tipos de ambiente; factor éste de gran influencia en los resultados.

En estas condiciones, resulta pueril el tratar de afinar y parece aconsejable establecer la fórmula más sencilla posible, que arroje valores intermedios. En este sentido se propone la adoptada en esta Instrucción:

$$B_f < K_1 \frac{n\phi}{\sigma_a}$$

dando a K_1 los valores siguientes:

Ambiente	Protegido	Intemperie	Agresivo
Barras lisas	12.000	6.000	1.750
Corrugadas	13.500	7.500	2.500

Los resultados son los indicados en los cuadros, columnas (4), con los inoperantes en cursiva.

Dichos resultados vienen a quedar entre los propuestos por los dos autores antes citados y con una tendencia a resultar más seguros para diámetros pequeños que para diámetros grandes; lo cual representa una ventaja, pues no hay que olvidar que una misma intensidad de corrosión es más perjudicial cuando la barra es delgada que cuando es gruesa.

Haciendo, en esta última fórmula,

$$\sigma_a = \frac{A}{1,4} \times \frac{U_n}{U}$$

resulta la condición general de fisuración expresada en el articulado, con $K = 1,4 K_1$.

En favor de esta fórmula, lineal en σ_s , puede alegarse la que propone Efsen, exactamente de la misma forma, y que también está avalada por una abundante experimentación en laboratorio, sobre piezas de tipo tirante. Los valores de B_f que resultan de la fórmula de Efsen, son fuertemente mayores que los que se deducen de la fórmula que aquí se propone.

En fin, no hay que olvidar las atinadas observaciones de Lobry de Brown, especialista en corrosión, quien señala que la influencia de la porosidad del hormigón es, por lo menos, tan importante como la de las fisuras; que la abertura de éstas en la superficie no tiene una significación clara; y que se desconocen, tanto la abertura junto a la barra, como la separación entre el hormigón y ésta en las proximidades de la grieta; separación que puede venir aumentada al disminuir el recubrimiento.

En todo caso, una buena compacidad del hormigón y el mantenimiento de los recubrimientos mínimos exigidos en el artículo 1.17 de esta Instrucción son fundamentales para evitar la corrosión a través del hormigón, independientemente de la fisuración.

La utilización de los cuadros del Anejo de Cálculo hace sumamente sencilla la aplicación de la fórmula adoptada. Una vez conocida la capacidad mecánica de armadura necesaria para soportar el esfuerzo de que se trate, y elegida, a través del cuadro núm. 1, una pareja de valores n , \emptyset que proporcione dicha capacidad, basta buscar en el cuadro núm. 2, 3 ó 4, según la clase de ambiente, el valor límite de B_f que corresponde a esos n y \emptyset . Dicho valor límite debe ser igual o superior al área de hormigón que, en la sección que se proyecta, resulte cobaricéntrica con la armadura.

Esto si la armadura se ha dimensionado estrictamente; pues si su capacidad U es mayor que la necesaria U_n para soportar el esfuerzo, puede multiplicarse el valor B_f que da el cuadro por el cociente $U : U_n$; con lo que se tiene mayor holgura para el dimensionamiento de la sección.

Ahora bien, con una sola capa de barras, con recubrimiento de un diámetro, la altura de la sección cobaricéntrica es $3\varnothing$, con lo que resulta $B_f = 3\varnothing \cdot b$, siendo b el ancho de la sección de la pieza. La condición $B_f \leq K \frac{n\varnothing}{\sigma_a}$ puede, entonces, escribirse en la forma:

$$b \leq K \frac{n}{3\sigma_a}$$

y, si en la expresión

$$\sigma_a = \frac{\underline{A}}{1,4} \times \frac{U_n}{U}$$

se supone $U = U_n$ y $\underline{A} = \text{constante}$ (tomando el valor más desfavorable), resulta:

$$\frac{b}{n} \leq \text{constante}$$

Si hay varias capas de barras, con separaciones de un diámetro, como el aumento de altura de la zona cobaricéntrica y el aumento del número de barras son dos factores que influyen en la fórmula en sentido opuesto, es fácil encontrar el caso más desfavorable de entre todos los posibles; dicho caso corresponde a dos capas, con n barras en la primera y $\frac{n}{7}$ barras en la segunda, resultando entonces $B_f = 3,06 \varnothing \cdot b$.

A partir de este valor, más desfavorable que el $B_f = 3\varnothing \cdot b$ considerado en primer lugar, se puede establecer, en la forma indicada más arriba, una relación muy sencilla, del tipo

$$\frac{b}{n} \leq \text{constante}$$

que es la que se expresa en el apartado 3.15.2. El cumplimiento de esta relación hace innecesario comprobar la condición general establecida en el apartado 3.15.4.

VALORES LIMITES DE B_f

BARRAS LISAS DE ACERO ORDINARIO

∅	A _k	σ _b	AMBIENTES PROTEGIDOS				INTEMPERIE				AMBIENTES AGRESIVOS			
			(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
16	2.360	1.400	121	212	127	137	73	106	64	69	25			20
20	2.200	1.310	156	306	183	184	92	153	92	92	28			27
25	2.100	1.250	196	420	252	240	112	210	126	120	28			35
30	2.100	1.250	221	504	302	288	120	252	151	144	20			42
35	2.100	1.250	242	588	353	336	125	294	176	168	7			49

BARRAS DE ALTA ADHERENCIA CON A_k = 4.200 kg/cm²

∅	A _k	σ _b	AMBIENTES PROTEGIDOS				INTEMPERIE				AMBIENTES AGRESIVOS			
			(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
16	4.200	2.500	104	147	88	86	62	80	48	48	20	17	10	16
		1.250	230	588	352	173	146	320	192	96	61	68	38	32
20	4.200	2.500	123	185	111	108	70	101	60	60	17	21	13	20
		1.250	280	740	444	216	175	404	240	120	70	84	50	40
25	4.200	2.500	142	231	138	135	76	126	75	75	10	26	16	25
		1.250	340	924	552	270	208	504	300	150	76	104	62	50
30	4.200	2.500	157	277	166	162	78	151	90	90	-2	31	19	30
		1.250	394	1.108	664	324	236	604	360	180	77	124	76	60
35	4.200	2.500	167	323	193	189	75	176	105	105	-18	36	22	35
		1.250	444	1.292	774	378	260	704	422	210	74	144	86	70

No es posible fijar aquí los límites que convengan a cada caso, pues dependen de las condiciones funcionales del mismo. Podrán admitirse fuertes deformaciones en una cubierta bajo el peso de la nieve, mientras las admitan los materiales de cobertura; y deberán ser pequeñas para un laboratorio —en el que la fiijeza de los aparatos lo requiera—, o en las vías de un puente-grúa.

Estas deformaciones interesan, naturalmente, no en estados de agotamiento resistente, sino en los de servicio normal; con el fin de que, independientemente de sus condiciones de resistencia, no sufra la estructura, en régimen de servicio, deformaciones que la hagan funcionalmente inapropiada para el uso a que se la destine.

Por consiguiente, los cálculos relativos a deformaciones deben partir de las cargas características. Ahora bien, como los esfuerzos producidos por dichas cargas no pueden sobrepasar los de agotamiento divididos por el producto de los coeficientes de mayoración de cargas y de minoración de resistencias, es claro que las deformaciones en régimen de servicio pueden calcularse en régimen elástico, con suficiente aproximación; tanto más cuanto que sólo se trata de hallar unos valores aproximados.

Son, por consiguiente, de aplicación los módulos de elasticidad establecidos en los apartados 3.3.3, 3.4.3 y 3.4.4; y, partiendo de ellos, pueden aplicarse los métodos clásicos de la Resistencia de Materiales.

A continuación se dan algunas fórmulas aproximadas para casos corrientes.

A) Flechas en elementos a flexión.

Si una sección está dimensionada justamente para soportar el esfuerzo mayorado correspondiente con unos materiales de resistencias minoradas, las deformaciones en las condiciones de servicio serán:

$$(\varepsilon_h)_{\max} = \frac{R}{C_M E_c} \text{ en la fibra de hormigón más comprimida; y}$$

$$(\varepsilon_a)_{\max} = \frac{A}{C_M E_a} \text{ en la armadura de tracción.}$$

Si la sección está dimensionada más holgadamente, puede admitirse —puesto que se está en régimen elástico—, que las deformaciones serán iguales al producto de las anteriores por el cociente del esfuerzo mayorado que sufra la sección, por el propio de agotamiento.

En el primer caso, el ángulo que formen las dos caras de una rebanada de longitud dx , trabajando a flexión, será:

$$(d\theta)_{\max} = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_a}{h} dx = \left(\frac{R}{C_M E_b} + \frac{A}{C_M E_a} \right) \frac{dx}{h}$$

y el que formen dos secciones separadas una longitud igual al canto:

$$(\theta_h)_{\max} = \frac{R/E_b + A/E_a}{C_M}$$

siendo:

$$E_a = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2, \text{ y}$$

E_b = el valor que corresponda, según el apartado 3.3.3.

En otra sección no dimensionada para agotamiento, este giro se hace igual a:

$$\theta_h = (\theta_h)_{\max} \cdot \frac{\text{Esfuerzo mayorado de cálculo}}{\text{Esfuerzo de agotamiento}}$$

Con estos datos se pueden calcular las elásticas de las piezas y, por tanto, las flechas.

En el caso particular de una viga de longitud L , de sección constante, simplemente apoyada y sometida a una carga uniformemente repartida —en la que, por consecuencia, el momento varía parabólicamente—, y cuya sección central esté dimensionada estrictamente, el giro en una sección a la distancia x del centro, viene dado por:

$$d\theta = (\theta_h)_{\max} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2} \right) \frac{dx}{h}$$

Por tanto, la flecha en el centro será:

$$f = (\theta_h)_{\max} \int_0^{L/2} \left(1 - 4 \frac{x^2}{L^2}\right) \left(\frac{L}{2} - x\right) \frac{dx}{h} =$$

$$= \frac{5}{48} (\theta_h)_{\max} \frac{L^2}{h}$$

Un valor $f = 0,0001 \frac{L^2}{h}$ queda, en general, del lado de la seguridad y puede aceptarse sin inconveniente para los casos normales.

Análogamente, en el caso de una ménsula resulta:

$$f = \frac{5}{12} (\theta_h)_{\max} \frac{L^2}{h}$$

En una pieza empotrada, con carga uniformemente repartida en toda la luz, los puntos de inflexión vienen a estar al quinto de la luz; y sumando las flechas de la parte central como apoyada y de la ménsula empotrada, se tiene el valor aproximado:

$$f = \frac{5}{96} (\theta_h)_{\max} \frac{L^2}{h}$$

B) Deformaciones longitudinales por retracción.

Siendo ε_o la deformación debida a la retracción del hormigón sin armar y ε_r la del hormigón con armaduras centradas o simétricas, se tiene que producir (en hipótesis elástica) en el hormigón, una tensión de tracción $E_b (\varepsilon_o - \varepsilon_r)$; y en el acero, una tensión de compresión $E_a \varepsilon_r$.

Por tanto:

$$E_b (\varepsilon_o - \varepsilon_r) B = E_a \varepsilon_r (W + W')$$

en la cual:

W y W' = el área de las armaduras, y

B = el área del hormigón. De donde resulta:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_o \frac{1}{1 + \frac{E_a}{E_b} \frac{W + W'}{B}}$$

Como, en general, no interesa más que un valor aproximado u orden de cifra —y tampoco es posible otra cosa—, pues el módulo real del hormigón en tracción es incierto, aun sin contar con la microfisuración, puede hacerse $E_a/E_b = \underline{A}/\underline{R}$, con lo que, llamando:

$$q = \frac{W \cdot \underline{A}}{\underline{R} B}, \quad q' = \frac{W' \underline{A}}{\underline{R} B}$$

se tiene:

$$\varepsilon_r = \frac{0,00025}{1 + q + q'} ; (*)$$

C) Flechas por retracción en vigas asimétricamente armadas.

En piezas armadas longitudinalmente por una sola cara o con armaduras fuertemente disimétricas, se produce, como consecuencia de lo que acaba de exponerse, una diferencia de retracción de una cara a otra, con la consiguiente curvatura resultante en la pieza.

Esta curvatura vendrá definida por el ángulo:

$$d\theta \simeq 0,00025 \left(\frac{1}{1 + q'} - \frac{1}{1 + q} \right) \frac{dx}{h} \simeq 0,00025 \frac{q - q'}{h} dx (*)$$

Por consiguiente, en una viga apoyada de longitud L , en la que las armaduras se mantengan constantes en toda su longitud, se tiene una flecha adicional por retracción:

(*) El coeficiente 0,00025, puede modificarse, de acuerdo con lo indicado en el comentario 3.10, en relación con la influencia de la humedad ambiente en la retracción.

$$f = 0,00025 \frac{q - q'}{h} \int_0^{L/2} \left(\frac{L}{2} - x \right) dx \simeq$$

$$\simeq 0,00003 (q - q') \frac{L^2}{h}$$

D) Acortamiento en piezas comprimidas.

La deformación por carga en un soporte o pieza comprimida axialmente es:

$$\varepsilon = 0,75 \frac{R}{C_M E_b}$$

siendo:

E_b = el módulo indicado en el apartado 3.3.3.

A esta deformación ha de añadirse la de retracción que, según se ha visto, es:

$$\varepsilon_r = \frac{0,00025}{1 + q + q'} (*)$$

Por tanto, el acortamiento total, en la longitud L, es:

$$\left(\frac{0,75 R}{C_M E_b} + \frac{0,00025}{1 + q + q'} \right) L (*)$$

Un valor medio indicativo podría obtenerse haciendo $R = 100 \text{ kg/cm}^2$; $q + q' = 0,15$; $C_M = 1,4$; $E_b = 14.000 \sqrt{R_k} = 18.000 \sqrt{R}$; con lo que resultaría un valor del orden de $0,0005 L$.

E) Estudio del período propio de oscilación.

A. 3.16.2

Más importancia que la deformación estática tiene el fenómeno de resonancia que se produce bajo la acción de cargas dinámicas, cuando el período de éstas se aproxima al de oscilación propio de la estructura o del elemento en cuestión. Rara vez se presenta este problema;

(*) El coeficiente de 0,00025, puede modificarse, de acuerdo con lo indicado en el comentario 3.10, en relación con la influencia de la humedad ambiente en la retracción.

pero puede tener importancia en piezas que hayan de soportar máquinas oscilantes, o en estructuras muy elásticas (por ejemplo, chimeneas) sometidas a la acción del viento en ráfagas. En general, conviene evitar las bajas frecuencias de oscilación; por ejemplo, de menos de dos hertzios.

Para el estudio de una viga o pieza análoga, puede admitirse la simplificación de Lord Rayleigh, de que todos los corrimientos en un instante dado son proporcionales, y que la oscilación es armónica. Los métodos de la Resistencia de Materiales permiten, entonces, calcular fácilmente el período de vibración.

Así, en una pieza de sección constante sometida a una carga uniformemente repartida, resulta la frecuencia:

$$n = K \sqrt{\frac{EIg}{pL^4}}$$

siendo:

- p = la carga por unidad de longitud;
- L = la luz;
- g = la aceleración de la gravedad;
- I = el momento de inercia de la sección;
- E = el módulo elástico instantáneo (V. A. 3.3.3);

y K , un coeficiente de valor:

- 1,56 para viga simplemente apoyada;
- 3,56 para viga biempotrada;
- 0,56 para viga en ménsula;
- 2,45 para viga empotrada en un extremo y articulada en el otro.

...

A. 3.16.3

Por último, debe señalarse que los límites expresados para las flechas y que se indican sólo a título orientativo, son los adoptados corrientemente para elementos horizontales de edificación.

Así como los fenómenos de flexión y de compresión axil son hoy bien conocidos, los de esfuerzo cortante y la combinación de éstos con aquéllos, son cuestión para la que ni la experimentación es suficiente, ni se cuenta con una teoría generalmente admitida. Parece que una teoría abarcando ambos efectos ha de dar resultados más precisos. La teoría de Páez *, que así lo hace, conduce, en flexión simple, a una ligera disminución del valor del momento de agotamiento, por efecto de su superposición con el esfuerzo cortante. Y viceversa, a una disminución de la resistencia a esfuerzo cortante, por efecto de la superposición del momento flector. Pero, por el momento, y no habiendo una adhesión de organismos internacionales hacia el cálculo conjunto de ambos esfuerzos, ni en favor de unas fórmulas o métodos de cálculo determinados, no parece prudente imponer un método único de este tipo. Por ello, y dada la existencia de varias teorías y métodos, avalados por determinadas experimentaciones, se ha creído preferible autorizar la aplicación de todas aquellas que estén suficientemente garantizadas y justificadas, sin citar ninguna en particular.

A. 3.17.1

Sin embargo, se recomienda utilizar, para la flexión y la compresión o tracción, sean simples o compuestas, el método del momento tope, desarrollado por este Instituto, y cuya sencillez y justificación, tanto teórica como experimental, condujo a su adopción por el C.E.B., que lo ha incluido en su proyecto de reglamento.

Por su lado, se acepta el cálculo relativo a esfuerzos cortantes con las fórmulas aditivas, sencillas y aproximadas, que se justifican más adelante en el comentario correspondiente.

* Véase "Los esfuerzos cortantes y la flexión en el hormigón armado", por A. Páez (monografía núm. 212 del I.E.T.C.C.).

La finalidad de este método es la obtención, fundada sobre hipótesis sencillas y suficientemente aproximadas a la realidad experimental, de fórmulas cómodas, tanto para la comprobación como para el dimensionamiento de secciones de hormigón armado, sometidas, bien a flexión simple o compuesta, bien a compresión centrada o excéntrica; llegando a fórmulas explícitas para determinar cualquiera de las incógnitas que se presentan en la práctica de la comprobación o del dimensionamiento de estas secciones.

La ventaja del método radica fundamentalmente en permitir el desarrollo de la teoría y la obtención de las fórmulas prácticas, prescindiendo, en general, de los fenómenos de hiperestatismo interno en el reparto de tensiones, gracias principalmente a las propiedades elasto-plásticas, tanto de los aceros utilizados en las armaduras, como del propio hormigón.

La reciente adopción de estas hipótesis por el C.E.B. constituye garantía sobrada para la aplicación del método.

* * *

La hipótesis *a)* es, posiblemente, la que ofrece mayor novedad de entre todas las expuestas y es consecuencia de recientes estudios experimentales y estadísticos.

Desde hace tiempo se sabe que los resultados experimentales de rotura de piezas por flexión, concuerdan, mucho mejor que con un diagrama de tensiones lineal a lo largo del eje de la sección, con uno fuertemente curvado. Y que, al sustituir éste por uno rectangular, se logran resultados bien concordantes con los experimentales. Se han propuesto varios métodos de cálculo a base de un diagrama rectangular, que se extiende desde el borde más comprimido, hasta una profundidad inferior a la de la fibra neutra de deformaciones.

Ello nada tiene de extraño, puesto que siempre es posible sustituir un diagrama curvilíneo por otro rectangular que, arrancando del borde más comprimido, dé igual volumen de compresiones e igual posición de su baricentro.

Por otra parte, la abundante y refinada experimentación del profesor H. Rüsck, prueba que no existe una forma única de diagrama. Esta cambia, influyendo en ella multitud de variables; y, especialmente, se ha observado su variación con la resistencia del hormigón, con la forma de la sección y con la profundidad de la fibra neutra o de la zona de compresión dentro de la sección total.

Por otra parte, la propia resistencia del hormigón varía, disminuyendo con la duración de la carga y con la profundidad relativa antedicha. Esta caída de resistencia a lo largo del tiempo de carga—llamada “cansancio”, para distinguirla del fenómeno de fatiga del que aquí no se trata—, puede llegar al 20 % y quizá al 25 % cuando toda la sección está comprimida (compresión simple); y se hace prácticamente despreciable cuando la zona comprimida sólo ocupa una pequeña parte de la sección (flexión simple con cuantías medias o bajas).

Toda esta complejidad de comportamientos hace que se haya recurrido al diagrama rectangular cuando se ha querido establecer un diagrama fijo o único, capaz de servir de base para el establecimiento de una teoría general que, con una formulación de tipo práctico, proporcione resultados suficientemente concordantes con la realidad, o que queden prudencialmente del lado de la seguridad.

Ahora bien, para alcanzar estos resultados, es necesario que el diagrama de compresiones adoptado proporcione, aproximadamente, análogo valor y análoga posición de la resultante del volumen de compresiones (integral de las tensiones en el área comprimida) que el diagrama real. Mientras la profundidad de la fibra neutra es pequeña, esto se logra con sobrada aproximación mediante un diagrama rectangular de anchura igual a la resistencia minorada del hormigón, y de profundidad igual a una cierta parte alicuota de la profundidad de la fibra neutra de deformaciones.

Pero cuando esta profundidad de la fibra neutra de deformaciones —y, en consecuencia, la del rectángulo— pasa de un cierto límite, la anchura del rectángulo ha de irse disminuyendo paulatinamente; hasta alcanzar un valor igual al 75 % del inicial, cuando se llega a la compresión simple, en la que el rectángulo cubre toda la sección. *En este segundo dominio (en el cual, la anchura del rectángulo es inferior a la resistencia minorada del hormigón), una hipótesis que da resultados apropiados, es la de fijar esa anchura por la condición de que el momento de la resultante de compresiones en el hormigón, respecto a la armadura opuesta (en tracción o menos comprimida), se mantenga constante, e igual al que resulta para la compresión simple. Es decir, que la anchura del rectángulo, así condicionada, ha de variar desde la resistencia minorada, para profundidades menores de un cierto límite, hasta el 75 % de aquélla, para profundidad igual al canto útil de la sección.*

Puede parecer paradójico, a primera vista, que, para la compresión simple en una pieza de hormigón armado, se tome solamente el 0,75 de la resistencia del material, también a compresión simple. Pero hay que tener en cuenta que, por una parte, esta última se mide en probetas de doble altura que lado, mientras que las piezas reales tienen, en general, esbelteces mucho mayores, con las que la resistencia baja (sin tener en cuenta los posibles efectos del pandeo, que habrían de considerarse aparte y no se tratan ahora); y por otra, que dicha resistencia se mide en un ensayo que dura, por lo general, menos de un minuto, mientras que las cargas reales pueden presentarse con duraciones mucho mayores, capaces de originar el fenómeno de cansancio antedicho, apreciable incluso en ensayos de media hora de duración.

No es éste lugar para entrar en la discusión detallada de la cuestión, que podría ocupar cientos de páginas. Solamente se trata, con las consideraciones hechas, de indicar grosso modo cómo y por qué es posible que las condiciones de la hipótesis *a)* sean apropiadas para lograr el fin que se busca con su establecimiento, y por qué han podido ser aceptadas por una entidad tan autorizada como el C.E.B., que las consideró apropiadas y recomendables para un cálculo de tipo práctico.

* * *

Las hipótesis *b)* y *c)*, relativas a las armaduras, no requieren comentario. Podría objetarse a la segunda de ellas que si la profundidad del rectángulo fuese menor que el recubrimiento de la armadura de compresión, podría dicha armadura trabajar a menos de su límite elástico; no obstante, aun en ese caso, el error que se comete considerando que su tensión es la de límite elástico, es pequeño, ya que lo que ocurre en realidad, es que el hormigón trabaja a menor tensión, con una profundidad de rectángulo mayor que la teórica. El brazo real es algo menor que el teórico calculado, pero los errores que resultan son despreciables, como puede comprobarse.

Las hipótesis *d)* y *e)* son habituales en los cálculos de hormigón armado.

La hipótesis *f)*, fija la deformación de rotura del hormigón en 0,0035, siguiendo el acuerdo adoptado por el C.E.B. como resultado de abundante experimentación. En realidad, se trata de un valor medio; pues puede ser menor para piezas en compresión simple, y mayor para elementos en flexión, con pequeñas cuantías de armadura, o en secciones compactas con pequeña cabeza de compresión, como podría ser, por ejemplo, una sección rectangular con un vértice en la zona más comprimida; pero todo esto no altera el desarrollo de la teoría.

Las hipótesis *g)* y *h)* responden, como la hipótesis *a)*, ya comentada, a razones de adaptación de los resultados teóricos a los experimentales. Conviene recordar, no obstante, que, como puede comprobarse revisando las fórmulas del Anejo de Cálculo, el conocimiento explícito de la posición de la fibra neutra de deformaciones resulta siempre innecesario. En especial, y hablando de las secciones habitualmente empleadas, la hipótesis *h)* no resulta necesaria más que para el caso de sección circular, con objeto de simplificar el cálculo. Con secciones de forma extraña, sólo cuando la fibra neutra se coloca fuera de la sección, pero próxima a ella, de modo que la tensión en la armadura menos comprimida no llegue a alcanzar su límite elástico, puede necesitarse introducir la hipótesis *h)* que comentamos. Para estos casos, la expresión que dicha hipótesis establece para la profundidad de la fibra neutra, puede justificarse con las consideraciones que siguen.

Cuando la sollicitación es tal que se produce un estado como el referido, la tensión de la armadura es, por así decir, muy inestable; pequeñas variaciones en la sollicitación, producen fuertes variaciones de tensión en esa armadura, sin que por ello varíen gran cosa las condiciones resistentes del conjunto de la sección. Por otra parte, se desconoce, en la realidad experimental, el verdadero comportamiento; o no es posible determinarlo con precisión, justamente por lo que acaba de decirse.

Por tanto, no hay inconveniente en adoptar una fórmula empírica como la propuesta, con el único fin de completar o redondear el campo de utilización del método. Con ella se consigue, incluso, más precisión que con otras teorías bien acreditadas, que se limitan, para estos casos, a adoptar una ley de variación lineal entre la carga de compresión y su excentricidad.

La expresión adoptada da, como debe ser, $z/h = 1$ para $g/h = \infty$ (compresión simple), y $z/h = 0,75$ para $g/h = 1$, enlazando con la ley de variación antes indicada para fibras neutras dentro de la sección ($z/h \leq 1$); y presenta, además, el refinamiento de que, en el punto de enlace de ambas leyes ($z/h = 1$), las tangentes a ambas curvas coinciden. Las diferencias que pueda haber entre esta ley y la real, para la zona en que ha de aplicarse, han de resultar, por consiguiente, prácticamente despreciables.

* * *

De todo lo anterior, resultan los siguientes puntos, que pueden ayudar a la comprensión y correcta aplicación de las fórmulas del Anejo de Cálculo:

1.º Solamente se estudia la sección en agotamiento; es decir, se determina cuál es la sección de hormigón o las armaduras necesarias para que, bajo una sollicitación dada, ésta se resista justamente en agotamiento; o bien, se comprueba si la sección de hormigón y las armaduras dadas son capaces de resistir, sin llegar al agotamiento o alcanzándolo justamente, una sollicitación dada.

2.º Dada una sección, para cada valor de la fuerza exterior y para cada cuantía de armaduras, hay una profundidad de la zona comprimida tal que se satisfacen las condiciones de equilibrio; y, en consecuencia, un valor de la excentricidad de la fuerza, que determina el agotamiento resistente de la sección.

3.º Existe una *profundidad tope* de la zona comprimida tal que, para profundidades menores, la tensión de agotamiento del hormigón se mantiene igual a la resistencia de éste (medida, como se dijo, en ensayo breve sobre probetas de doble altura que lado); y para profundidades mayores, lo que se mantiene constante es el momento de agotamiento de la zona comprimida de hormigón respecto a la armadura de tracción o menos comprimida. Este momento es el llamado *momento tope*.

4.º En estas condiciones, se pueden presentar tres casos o estados tensionales diferentes:

I) El denominado de *flexión perfecta*, en el que la profundidad del rectángulo de compresiones es menor (o igual, en el límite) que la *profundidad tope*, por lo que, al llegar al agotamiento, la zona comprimida alcanza la tensión de rotura del hormigón por compresión, habiendo alcanzado o superado la deformación de la armadura de tracción a la que corresponde a su límite elástico*.

II) El de *compresión simple*, en el que la profundidad del rectángulo de compresiones es igual al canto, alcanzándose, en el agotamiento, la rotura por compresión del hormigón, con un valor de su tensión igual a los tres cuartos de su resistencia (recuérdese el fenómeno de cansancio ya aludido) y habiendo superado, en ese momento, la deformación de la armadura de compresión a la que corresponde a su límite elástico.

III) Los *estados intermedios*, comprendidos entre los dos anteriores, en los que la profundidad del rectángulo de compresiones es mayor que la *profundidad*

* En ciertos casos de secciones de forma extraña (secciones que no se resuelven por medio de fórmulas), puede ocurrir que la tensión de esta armadura sea inferior a la de límite elástico. Tales casos de excepción, perfectamente resueltos con el método gráfico del Anejo de Cálculo, no pueden llamarse, en puridad, de "flexión perfecta".

tope y menor que el canto, con lo que la tensión de rotura en el hormigón está comprendida entre su resistencia y los tres cuartos de la misma (sin que sea necesaria su determinación), y en los que la armadura de tracción o menos comprimida puede trabajar a tensiones intermedias entre las de límite elástico de tracción y de compresión, sin perjuicio de poder llegar a alcanzar uno de estos límites.

5.º En los estados I y II (salvo en los casos de excepción del estado I), bastan las condiciones de equilibrio para resolver el problema, sin necesidad de recurrir a la ecuación que liga tensiones con deformaciones (ecuación de compatibilidad), puesto que se conocen las tensiones, tanto del hormigón como de las armaduras.

Como puede verse en el Anejo de Cálculo, cuando se trata de dimensionar una sección, la solución más económica corresponde siempre a uno de estos dos estados.

6.º Si, al comprobar una sección, resulta ésta incluida en el estado III, para determinar la tensión de trabajo de la armadura de tracción o menos comprimida, se requeriría aplicar la ecuación de compatibilidad; pero esta tensión no interesa, porque nunca, en ese estado, es determinante de la sollicitación de agotamiento.

* * *

Con todo lo expuesto es posible establecer el conjunto de fórmulas de comprobación y dimensionamiento que se expone en el Anejo de Cálculo*.

* En lo esencial, el desarrollo de la teoría puede verse en la monografía núm. 213 del I.E.T.C.C. "El método del momento tope.—I Parte", por E. Torroja, A. Páez y J. M. Urcelay.

esfuerzos cortantes

3.19

A. 3.19.1

a

A. 3.19.7

Las fórmulas utilizadas en los diferentes países para el cálculo a esfuerzo cortante, son muy distintas unas de otras. En Europa se ha venido siguiendo el criterio de Mörsch, que no admite la simultaneidad de resistencias del hormigón y de las armaduras transversales; por entender que éstas (especialmente los estribos) no pueden trabajar mientras el hormigón no se fisura; y que éste, una vez fisurado, no puede resistir a cortante, ni en la parte fisurada, ni en la cabeza de compresión que pueda quedar sin fisuración; cabeza de compresión que, por otra parte, no existe, al menos teóricamente, en las secciones donde el momento es nulo.

En estas condiciones se hace el cálculo de las armaduras por la teoría de bielas; es decir, suponiendo que el hormigón sólo puede trabajar, a estos efectos, en compresión a 45° con el eje, y que la armadura ha de resistir las tracciones que vectorialmente resulten, para mantener un equilibrio de tipo isostático.

Por el contrario, en Estados Unidos se han venido utilizando ininterrumpidamente fórmulas aditivas, en las que se suma una cierta resistencia del hormigón con la de las armaduras transversales. Este sistema, contra-puesto al anterior, es, sin embargo, perfectamente justificable desde un punto de vista teórico.

En efecto; existiendo un momento y, por consiguiente, una zona comprimida, la fisuración no alcanza a dicha zona, que es, por tanto, capaz de resistir un esfuerzo cortante; incluso simultáneamente con la armadura transversal que atraviese la zona fisurada.

Puede objetarse que hay secciones en las que el momento es nulo. Pero en realidad esto sólo puede ocurrir en una sección teórica; porque si hay esfuerzo cortante, el momento —integral de aquél a lo largo del eje— ha de tener ya, en otra sección próxima, un valor igual al producto del esfuerzo cortante que actúa en la sección de momento estrictamente nulo, por la distancia entre ambas secciones. Y como la grieta se produciría a 45° arrancando del centro de esa sección teórica, no podría llegar a los bordes de la pieza sin alcanzar zonas en las que el momento valdría $M = Th/2$.

Por consiguiente, la grieta teórica ha de tropezar

siempre con zonas comprimidas capaces de resistir simultáneamente con la armadura.

Lo que parece que ha de suceder, aceptando este razonamiento, es que la armadura, trabajando solamente en la zona fisurada, proporcionará una resistencia menor que la teórica de Mörsch.

Pero esta hipótesis tampoco está confirmada, porque la experimentación parece demostrar que el efecto de los estribos no es solamente el de la teoría de bielas, sino que, aun con cuantías relativamente pequeñas, los estribos producen un efecto superior al teórico; como si su presencia incrementase la resistencia cortante del hormigón, por un efecto análogo al de un zunchado, difícil de justificar.

Aparte de teorías, el hecho es que en América se ha venido utilizando el criterio aditivo con éxito. Algún accidente ha ocurrido, pero siempre en relación con piezas sin armadura transversal o con insuficiente armadura longitudinal, y bajo efectos de tracción longitudinal, producida por la retracción, en pórticos excesivamente rígidos.

La cuantía de la armadura longitudinal ha sido, en general, poco considerada, y probable o seguramente, tiene importancia. Porque, si se admite un efecto de biela en compresión a 45° , es necesario equilibrarla vectorialmente; y para ello no basta con los estribos. Hace falta que la tracción de éstos se componga con otra horizontal, absorbida por la armadura longitudinal de tracción.

Por otra parte, siempre debe recordarse que el esfuerzo cortante, como señala Robinson, no es un fenómeno que pueda restringirse a una sección; abarca una zona, o una longitud de pieza del orden del canto o poco menos. Por consiguiente, la armadura longitudinal que se requiere teóricamente en una sección, ha de prolongarse en una longitud del orden de medio canto; y en ella, la variación de esfuerzo en esa armadura es también del orden del esfuerzo cortante.

Por eso se exige en el artículo 3.23 que la armadura longitudinal sea, por lo menos, igual a la transversal

necesaria en una longitud igual al canto. De esta forma, el efecto de biela queda asegurado.

A su vez, la URSS aplica un método más complejo, en el que se supone inclinación de grieta variable, y llega a admitir resistencias muy superiores, al parecer, a las de todas las normas europeas y americanas.

Otras muchas teorías se han desarrollado por diferentes autores, sin haber llegado a alcanzar el rango de norma nacional. Y es que el estudio de los trabajos efectuados por los experimentadores de los diferentes países, demuestra que todo lo relativo a esfuerzo cortante constituye un fenómeno resistente muy complejo, con diferentes formas de fisuración y de rotura, en las que parecen influir multitud de variables.

El fenómeno habrá de estudiarse hiperestáticamente, como indica Rüschi, en los diferentes estadios de prefisuración, fisuración primaria y secundaria —pues es frecuente la aparición de dos familias de grietas de inclinaciones netamente diferenciadas— y, en fin, de rotura, teniendo en cuenta los complejos fenómenos de readaptación de las tensiones internas, al pasar a las nuevas condiciones de equilibrio, que aparecen al alcanzarse cada uno de esos estadios.

Pero un estudio así ha de requerir varios años de trabajo, empezando por una abundante experimentación, metódicamente ordenada, para cubrir todos los campos de variación de las distintas variables que parecen influir en el fenómeno. Y, por el momento, no se ven perspectivas para la pronta y total investigación del tema.

Esto no quiere decir, en modo alguno, que no tengan interés las teorías existentes, algunas de las cuales han aclarado muchos puntos. Los estudios elásticos de Paduart demuestran que, aun en secciones sin armadura transversal, se produce un aumento de resistencia final, que la experimentación comprueba, cuando el valor M/Th baja de 2 para aproximarse a 0. Y esta ventaja ha sido reflejada en el apartado 3.19.7 de esta Instrucción, en forma análoga a la propuesta por dicho autor.

A su vez, la presencia del momento flector y de la

cuantía de armadura longitudinal encargada de resistirlo, parece tener influencia, como se deduce de la teoría de Páez; y, en consecuencia, ha de notarse una influencia recíproca del esfuerzo cortante en la armadura necesaria para la flexión.

Pero en la situación actual que acaba de esbozarse, parece preferible adoptar una fórmula sencilla y práctica que, quedando netamente del lado de la seguridad, permita obtener la ventaja económica que puede alcanzarse con los conocimientos actuales de la cuestión.

Por ello se adopta en esta Instrucción la fórmula aditiva simple

$$\underline{T} = T_b + T_a = \underline{R''}bh + \Sigma U'' \frac{h}{s} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \cdot 0,9$$

que suma una resistencia reducida del hormigón, con la de la armadura transversal utilizada en su forma clásica.

Esta fórmula es la expresión simplificada de la que, por el momento, ha adoptado muy recientemente el C.E.B., a propuesta de la delegación española. Ha parecido preferible prescindir de otros términos que permiten afinarla y elevar, en ligeros porcentajes, la resistencia total admitida.

Pero es necesario introducir ciertas limitaciones. Si se dispone una armadura transversal excesiva, la cabeza de compresión fallará por esfuerzo cortante, antes de que dicha armadura sea capaz de desarrollar toda su capacidad mecánica. Ello justifica el valor tope establecido para T_a en el apartado 3.19.3, en función, precisamente del término T_b , relativo al hormigón.

De un modo análogo, si el límite elástico de los estribos es muy elevado, el fallo puede producirse antes de que esos estribos se hayan alargado lo suficiente para aprovechar toda la resistencia que poseen; lo que justifica la prescripción del apartado 3.19.4.

Por último, cuantías muy pequeñas de armadura transversal, pueden resultar insuficientes para permitir la redistribución de esfuerzos internos, al surgir la fisura en la zona del hormigón en tracción. Por ello, resulta

prudente, como se establece en el apartado 3.19.5, no considerar en el cálculo la colaboración de tan escasa armadura transversal.

La fórmula se extiende, con buena continuidad, al caso en que exista esfuerzo axil de compresión o de tracción. Una compresión axil moderada mejora las condiciones de resistencia del hormigón a esfuerzo cortante; resistencia que, según parece, puede llegar a alcanzar un valor doble del correspondiente al caso en que esa compresión no actúe. Por contra, una tracción axil contribuye muy rápidamente al agotamiento de la resistencia a cortante del hormigón. Y ambos efectos aparecen reflejados en el valor que se establece para K_1 en el apartado 3.19.2.

El manejo de los cuadros del Anejo de Cálculo resulta particularmente cómodo, ya se trate de comprobar o de dimensionar. Cualquiera que sea el problema, se comienza por calcular el término T_b que expresa la colaboración debida al hormigón. La diferencia $\underline{T} - T_b$ debe ser absorbida por la armadura transversal.

Si se trata de comprobar, esa armadura es conocida y el cuadro núm. 5 proporciona los valores del factor de eficacia, correspondientes a los estribos y a las barras levantadas. La suma de los productos de esos factores por las capacidades mecánicas respectivas (capacidades que están tabuladas igualmente en la misma página del cuadro núm. 5) es igual al término T_a , que no debe ser inferior al valor $\underline{T} - T_b$ para que la sección resista.

Si se trata de dimensionar, las barras pueden levantarse en los puntos en que dejen de ser necesarias para resistir la flexión (teniendo en cuenta el apartado 3.23.2), con lo que son conocidas en posición y magnitud, y puede calcularse la colaboración T_{a1} , que ofrecen, utilizando, como en el caso anterior, el cuadro núm. 5. El esfuerzo cortante que resta, $\underline{T} - T_b - T_{a1} = T_{a2}$ habrá de absorberse con estribos; si éstos se disponen verticales, el cuadro núm. 6 proporciona el valor, en toneladas, correspondiente a la colaboración de dichos estribos, en función de su diámetro y separación. Si, por el contrario, se disponen con inclinación α , lo más cómodo es fijar, inicialmente, su diámetro, al que corresponde una capacidad mecánica, U'' , dada en la tabla auxiliar del cuadro núm. 5; el esfuerzo cortante T_{a2} que se quiere

resistir, dividido por ese valor de U'' , da el factor de eficacia φ , que debe buscarse en la columna del cuadro núm. 5 correspondiente a la inclinación α elegida, obteniéndose así, en horizontal, la separación s a que deben colocarse los estribos.

Para terminar: las fórmulas incluidas en el articulado han sido contrastadas con abundante experimentación (abarcando más de 400 ensayos), y arrojan resultados seguros. Ello basta para garantizar, tanto la confiabilidad de las fórmulas, como la adopción del valor $R'' = 0,5 \sqrt{R}$ de la resistencia cortante virtual del hormigón. Es decir, que, aun cuando esta expresión no represente la verdadera resistencia del hormigón a tensión cortante pura, puede utilizarse como valor virtual aplicable en la forma indicada.

* * *

En relación con la adherencia, parece oportuno incluir algunos comentarios.

La transmisión de tensiones entre el hormigón y la armadura está, en general, suficientemente garantizada en elementos correctamente dimensionados; y hoy va tendiéndose a evitar, en lo posible, su comprobación, en tanto los anclajes estén bien asegurados; pues es siempre por ellos por donde termina fallando la unión, como es lógico, ya que es en éstos donde la discontinuidad o corte de la armadura produce necesariamente alteraciones perjudiciales del régimen de tensiones.

En realidad, no se trata solamente de un fenómeno de adherencia, sino que viene combinado con el de rozamiento bajo la acción centripeta de la retracción. Y parece ser que siempre hay pequeños desajustes parciales, con el correspondiente reajuste de tensiones alrededor de la armadura; lo cual altera relativamente poco las condiciones de equilibrio y de seguridad.

Asimilando todo esto a una adherencia —más por comodidad de expresión que por otra cosa—, se puede

aceptar, como valor de la resistencia adherente de barras lisas, la expresión:

$$\tau = 3,3 R''$$

Esta expresión queda siempre del lado de la seguridad, si se la compara, por ejemplo, con la dada por la reciente norma francesa, Règles BA 60:

$$\tau = \frac{2R'_m}{\left(1 + \frac{\emptyset}{d_1}\right) \left(1 + \frac{\emptyset}{d_2}\right)}$$

expresión en la que R'_m es la resistencia media del hormigón a tracción; d_1 , la distancia entre ejes de barras contiguas, y d_2 , la distancia del eje de la capa exterior de armaduras al paramento.

Para R'_m se puede tomar el valor $R'_m = \sqrt{2R_m} = 1,4 \sqrt{R_m} = 2,8 R''_m$, fórmula dada por otros autores, que viene a proporcionar, para hormigones medios, el mismo valor que el de la fórmula más clásica, $R'_m = \frac{1}{2} \sqrt[3]{R_m^2}$; y cuya variación parece ir más de acuerdo que la de esta última expresión, con el fenómeno de la adherencia, en el que la resistencia que puede intervenir no es la de tracción simple, sino la de flexotracción.

Con las separaciones y recubrimientos mínimos (de un diámetro a exteriores), el denominador de la expresión de τ alcanza a $(1 + 0,5)(1 + 0,66) = 2,5$; y con los máximos, se reduce a la unidad. Por tanto, siendo

$$\frac{2 \times 2,8}{2,5} = 2,24$$

τ varía en el intervalo:

$$2,24 R''_m < \tau < 5,6 R''_m$$

Para barras corrugadas o de alta adherencia, se admiten valores de τ incrementados en un 60 % u 80 %, dependiendo del tipo de armadura.

Pasando ahora a valores minorados, y tomando el más desfavorable de los extremos del intervalo, la condición de adherencia resulta:

$$\underline{T} \leq n\pi\phi \cdot h \cdot 2,24\underline{R}''$$

Una sección sin armadura transversal sólo puede resistir un esfuerzo cortante $\underline{T} = T_b = \underline{R}''bh$; por consiguiente, la condición de adherencia podría escribirse en la forma:

$$n\phi \geq \frac{b}{7}$$

Ello permite separar las barras a más de un diámetro, con lo que aumenta el valor de d_1 y el denominador de τ disminuye, llegando a alcanzar el valor $3,3\underline{R}''$, inicialmente citado. Con ese valor resulta

$$n\phi \geq \frac{b}{10}$$

para barras lisas, y, por tanto,

$$n\phi \geq \frac{b}{16}$$

para barras de alta adherencia.

Si el esfuerzo cortante es menor que el que es capaz de soportar el hormigón solo ($\underline{T} < T_b$), la condición $n\phi \geq \frac{b}{10}$ puede reducirse proporcionalmente. Si es mayor ($\underline{T} > T_b$), la sección requiere armadura transversal. Esta armadura, en forma de cercos u horquillas, envolviendo la armadura longitudinal, aumenta fuertemente la adherencia. Independientemente de ello, bastaría un coeficiente de rozamiento entre hormigón y armadura de 0,5 para que resultase nula la tendencia al deslizamiento debida al esfuerzo cortante resistido por las armaduras transversales; porque la tracción de los estribos se convierte en un efecto de tenaza que comprime transversalmente la armadura longitudinal, con un doble efecto de rozamiento.

Si se admite un coeficiente de rozamiento de 0,4, que es el adoptado por la norma BA 60 antes citada, el rozamiento representará el 80 % del esfuerzo resistido por los estribos, y sólo el 20 % restante habrá de ser soportado por adherencia. Como el esfuerzo cortante máximo que puede absorber la armadura transversal es $T_a = 4R''bh$ (V. A. 3.19.3), resulta, en el peor de los casos, la condición:

$$\underline{R}''bh + 0,2 \times 4\underline{R}''bh \leq 3,3\underline{R}'' \cdot n\pi\phi h$$

es decir:

$$n\phi \geq \frac{b}{5,75}$$

Las distintas relaciones obtenidas quedan cubiertas, con seguridad suficiente, por la expresión

$$n\phi \geq \frac{b}{5 + 5 \frac{R''bh}{T}}$$

que es la que aparece en el articulado para barras lisas. Para barras de alta adherencia, el valor de $n\phi$ puede multiplicarse por el coeficiente de homologación correspondiente, o por 1,6, caso de no conocer dicho coeficiente.

Normalmente, estas condiciones se cumplen siempre en vigas; y en piezas anchas tipo losa, el esfuerzo cortante es, en general, suficientemente pequeño para que se cumpla también holgadamente.

Cuando la armadura transversal está formada por barras levantadas, la transmisión de esfuerzos se hace en mejores condiciones, y los dobleces de las armaduras actúan, por efecto de la compresión radial y del rozamiento, en forma de anclajes. Por consiguiente, no hay inconveniente en mantener para ese caso las condiciones anteriores.

Puede añadirse, en fin, que la fórmula de resistencia al esfuerzo cortante, que es en definitiva la que interesa aquí, está justificada por la experimentación, incluyendo en ella los ensayos en los que la pieza falló por adhe-

rencia. Por tanto, la comprobación de adherencia no resulta necesaria mientras los diámetros de las barras longitudinales no sean superiores a 25 mm, que son los que quedan comprendidos dentro de aquella experimentación.

Ello justifica el apartado 3.19.8. Y por eso, sólo para barras de diámetros mayores de 25 mm se recomienda reducir las separaciones entre ellas, cuando el esfuerzo cortante es lo suficientemente fuerte para exigir armadura transversal; asegurando con ello todavía más las condiciones de adherencia.

piezas en T y de formas especiales

3.20

La definición de pieza en T incluida en el articulado, tiene por objeto excluir aquellos casos en los que, por inversión de momentos, las alas de la T pudiesen encontrarse sometidas a esfuerzos longitudinales de tracción. A. 3.20.1

Se define luego como anchura eficaz del ala, aquella anchura que, en el supuesto de que las tensiones se reparten uniformemente, proporcionaría la misma tensión máxima de compresión que el ala real, con su reparto real de tensiones, a igualdad de las dimensiones restantes. A. 3.20.2

Para fijar la fórmula que determina esta anchura, se ha utilizado el reciente estudio de Brendel *, que recoge investigaciones anteriores de otros autores (Chwalla, Marguerre, etc.), y que ha desarrollado, para garantizarlas, ensayos comparativos en piezas de hormigón armado. A. 3.20.3

Como era de esperar, los resultados teóricos, fundados en teorías elásticas, quedan del lado de la seguridad respecto de los experimentales, que acusan los fenómenos de readaptación típicos del hormigón. Como, por otra parte, la fórmula establecida en el articulado, corresponde sensiblemente, con ligeros aumentos, al caso teórico de ala sin rigidez propia, que es el más desfavorable, dicha fórmula resulta totalmente segura, para cargas repartidas a lo largo de la luz; no sólo para carga uniformemente repartida, sino también para reparto triangular o parabólico.

Con cargas muy concentradas, la anchura eficaz b'_e disminuye con relación a la b_e , correspondiente a carga repartida; pero, según Brendel, puede prescindirse de este efecto, siempre que la longitud sobre la que se concentra la carga no sea menor del décimo de la luz. Si se tratase de una carga teóricamente puntual (concentrada sobre longitud nula), la reducción de la anchura eficaz puede alcanzar como máximo el 50 %, resultando $b'_e = 0,5b_e$. Y para longitudes de aplicación de la carga, intermedias entre el décimo de la luz y cero, se reco-

A. 3.20.4

* Boletín núm. 25 del C.E.B. (1960).

mienda, de acuerdo con Hartenbach, hacer una interpolación lineal; o sea, tomar:

$$b'_e = 0,5b_e \left(1 + 10 \frac{a}{L} \right)$$

siendo:

a = la longitud en que actúa la carga concentrada.

Como, por otra parte, en el caso de simultaneidad de ambos tipos de carga (concentrada y repartida), la anchura eficaz puede calcularse como media ponderada en relación con los momentos flectores producidos, resulta que, para comprobar o dimensionar la sección, puede contarse con una anchura igual a la dada por la fórmula del apartado 3.20.4.

A. 3.20.5

En cuanto a las piezas provistas de cartabones, la corrección que se introduce no requiere mayor comentario y está, igualmente, de acuerdo con los estudios de Brendel citados.

A. 3.20.6

En la comprobación de los esfuerzos cortantes que sufre el ala, de acuerdo con la teoría clásica de flexión en Resistencia de Materiales, se deduce que la tensión cortante en la unión del ala con el nervio, multiplicada por el espesor de esa unión, es igual a la tensión cortante máxima en el nervio (a la altura de la fibra neutra) por su espesor y por el cociente entre los momentos estáticos, con relación a la fibra neutra, de la parte del área comprimida comprendida en un ala, y del área total de la zona comprimida. Esto equivale a suponer, de acuerdo con lo establecido en el apartado 3.19.2, que sobre una sección virtual de dimensiones iguales al espesor de la unión y al canto útil de la pieza, actúa un esfuerzo cortante igual al total multiplicado por el cociente entre los momentos estáticos mencionados. Dicho cociente puede sustituirse, sin gran error, por el de las áreas comprimidas. Ahora bien, la determinación del área de la zona comprimida requeriría el conocimiento de la profundidad z de dicha zona; profundidad que, como ha podido observarse a lo largo de esta Instrucción, no es, en ningún caso, necesario determinar, lo cual representa una de las ventajas de los métodos de cálculo que aquí se preconizan. Por ello, en el aparta-

do 3.20.6 se admite la simplificación de sustituir la relación de áreas por la relación de anchuras; ambas coinciden en el caso frecuente de que las compresiones se localicen en las alas, sin bajar al nervio; y en los demás casos, la sustitución queda del lado de la seguridad.

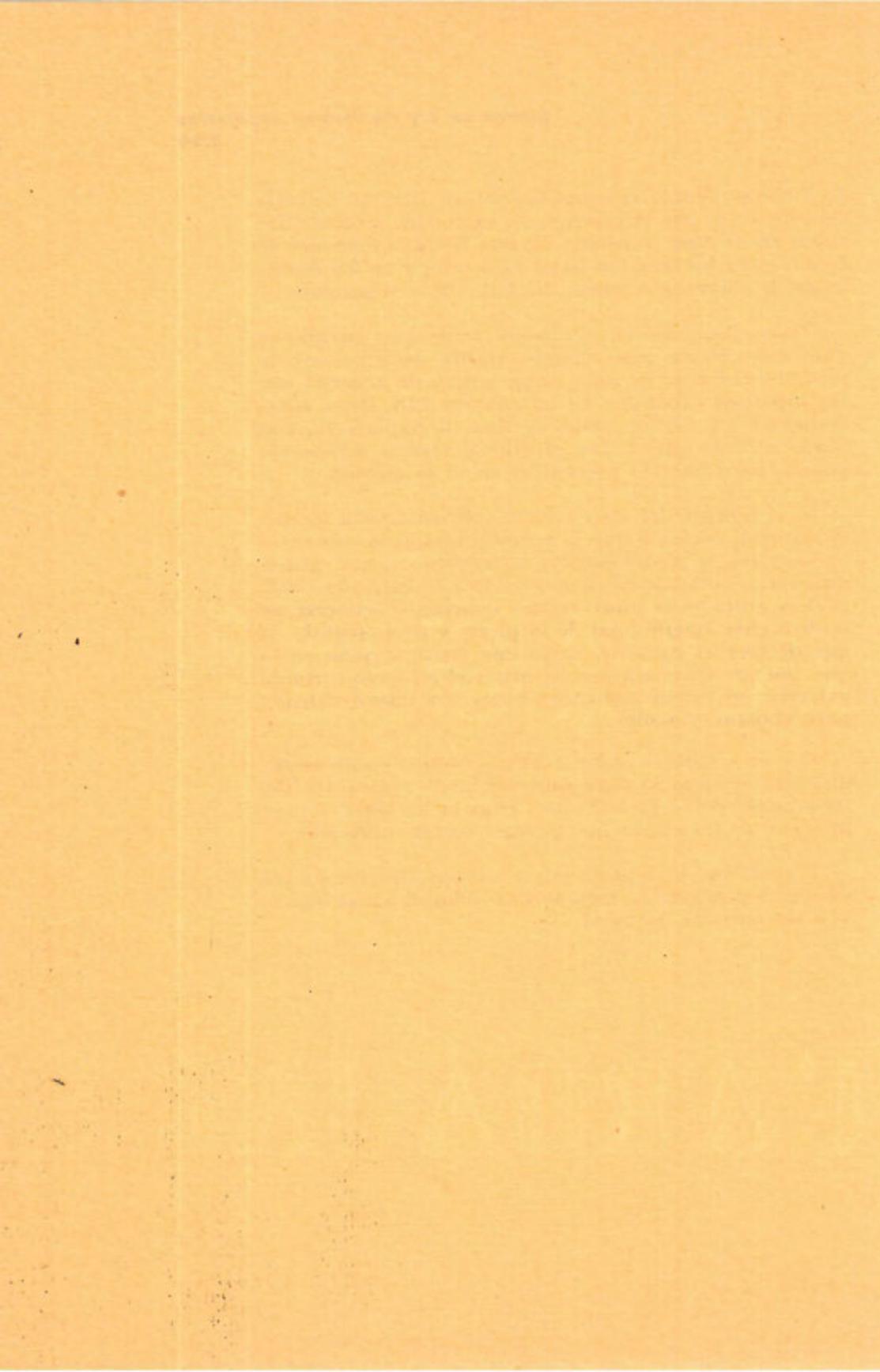
Todo ello, claro es, sin perjuicio de que, cuando se desee un cálculo más afinado, pueda determinarse la profundidad z de la zona comprimida, de acuerdo con las hipótesis expuestas en el artículo 3.18. Pero, especialmente en ciertos casos de flexión imperfecta, con fibras neutras muy bajas, el cálculo resulta demasiado penoso para hacerlo preceptivo en el articulado.

Si el espesor del ala no fuese suficiente para resistir el esfuerzo cortante que le corresponda, será necesario aumentarlo, o complementar su resistencia con armaduras transversales, tal como establece el apartado 3.20.6. Dichas armaduras transversales deberán extenderse en la dirección longitudinal de la pieza, y en el sentido en que decrece el cortante, hasta una cierta sección en la que, por ser apreciablemente menor el esfuerzo cortante exterior, se estime oportuno hacer un nuevo cálculo, para ahorrar armadura.

Por otra parte, evidentemente, también es necesario disponer armaduras para soportar las flexiones del ala, trabajando como un voladizo, bajo la acción del peso propio o de las cargas que puedan actuar sobre ella.

Por último, la asimilación a sección circular de las secciones poligonales, supone una simplificación lógica, que no entraña novedad.

A. 3.20.7



piezas zunchadas 3.21

Conviene subrayar, en relación con el apartado 3.21.1, A. 3.21.1 que el aumento de resistencia producido por el estado de compresión triaxil que supone el zunchado, sólo se manifiesta realmente en piezas muy cortas, dadas las fuertes deformaciones que sufren estas piezas y su comportamiento plástico en estados próximos a rotura. Tampoco debe contarse con este aumento de resistencia si la carga no estuviese bien centrada, o no pudiese garantizarse el mantenimiento de su centrado inicial, porque entonces el efecto de zunchado se reduce fuertemente, como ha podido comprobar Hognestad, entre otros experimentadores.

Salvados esos casos, puede partirse de la ley de Brandtzaeg —rebajando ligeramente el coeficiente 4,1 que él establece a través de su experimentación— y fijar, como resistencia del hormigón comprimido triaxilmente, la dada por la expresión: A. 3.21.2

$$R_z = R + 4p_o$$

donde:

R = la resistencia a compresión simple del hormigón, y

p_o = la tensión de compresión según las direcciones perpendiculares a la principal.

En el caso de piezas zunchadas, p_o es la presión lateral ejercida por el zuncho, y vale, para zunchos circulares de capacidad mecánica U_z y paso o separación s_z ,

$$p_o = \frac{2U_z}{s_z \cdot D_z}$$

con lo que:

$$R_z = R + \frac{8U_z}{s_z \cdot D_z}$$

y el esfuerzo axil que puede resistirse es:

$$N = 0,75 R \frac{\pi D_z^2}{4} + 0,75 \frac{8U_z}{s_z \cdot D_z} \cdot \frac{\pi D_z^2}{4} + U$$

siendo:

$U =$ la capacidad mecánica de la armadura longitudinal.

Si se introduce ahora el coeficiente de minoración 1,6 relativo al hormigón, se obtiene la expresión del esfuerzo axial de agotamiento que aparece en el articulado.

A. 3.21.3 La fórmula que comentamos lleva consigo algunas limitaciones, bien justificadas. Una cantidad excesiva de zunchos, por ejemplo, no mejora la resistencia de la pieza; y algo análogo sucede en relación con los valores elevados de la resistencia minorada del acero, que se limitan aquí con el mismo criterio seguido para las armaduras transversales de esfuerzo cortante (V. C. 3.19).

A. 3.21.4 Por último, las limitaciones relativas a la separación
A. 3.21.5 entre espiras y número de barras longitudinales, no suponen gran novedad y coinciden con las establecidas por la mayoría de las Normas de otros países.

disposiciones generales relativas a las armaduras

3.22

Los apartados que componen este artículo no requieren gran comentario. Es tradicional recomendar que los anclajes de las barras longitudinales, especialmente si se trata de ganchos, se dispongan en zonas de compresión; con lo que se evitan posibles desgarros producidos por el gancho y se consigue una fijación confiable de las armaduras en el hormigón.

A. 3.22.3

Sin embargo, no hay que olvidar la tendencia moderna, muy sancionada ya por la práctica, de anclar las barras corrugadas por prolongación recta, sin necesidad de ir a buscar zonas de compresión de la pieza. Por lo que el apartado que se comenta, se incluye sin carácter preceptivo.

En relación con las vigas de gran canto, si la armadura transversal está formada de estribos, la abertura de grietas a 45° no queda bien coartada con los estribos solamente y se hace muy conveniente el completarlos con otra armadura longitudinal, formando rejilla con aquélla.

A. 3.22.4

Finalmente, el último apartado establece lo que pudiera llamarse una condición mínima para poder hablar de "hormigón armado", frente al hormigón en masa.

A. 3.22.5

disposiciones relativas a las armaduras de tracción

3.23

La primera de las limitaciones impuestas en el apartado 3.23.1 tiende a evitar todo peligro de rotura frágil. En efecto, con esta capacidad mecánica mínima, el momento resistente de la armadura resulta algo mayor que el de las tracciones del hormigón, suponiendo para éstas una ley triangular de reparto, y un valor máximo igual al décimo de su resistencia en compresión.

A. 3.23.1

La segunda de las limitaciones se refiere al caso en que la pieza va provista de estribos para absorber el esfuerzo cortante, y está en relación con lo que se prescribe en el apartado siguiente. Es claro que, existiendo un esfuerzo cortante que tiende a producir grietas a 45°, obligando al hormigón a trabajar en compresión, en forma de bielas diagonales, se hace necesario que la armadura de tracción tenga una capacidad mecánica que le permita recoger el empuje correspondiente, es decir, que sea igual, al menos, a la capacidad mecánica de los estribos comprendidos en una longitud igual al canto.

Como el empuje aludido se transmite, aproximadamente, en una distancia igual a medio canto, a partir de la sección considerada, parece conveniente, por otro lado, prolongar las barras de tracción hasta cubrir esa distancia, por fuera de la sección en que son necesarias para resistir el momento flector. Lo que resulta útil, además, por razones de continuidad y buen anclaje.

A. 3.23.2

Cuando las armaduras de tracción van dispuestas en zonas de pequeño espesor, y con objeto de conseguir una distribución homogénea de tensiones, no es conveniente que la separación entre barras sea excesiva en relación con el espesor de hormigón, para evitar la existencia de zonas débiles. El apartado 3.23.3 sale al paso de esta contingencia.

A. 3.23.3

Finalmente, es importante disponer armaduras de arriostramiento de aquellas barras longitudinales que, por estar trabajando en curva, o acodadas, tienden a separarse de la sección, arrancando el hormigón. La fórmula que se da para obtener la sección de esas armaduras transversales, en el caso de piezas curvas, es la que se deriva del cálculo de la tracción radial equilibrante de la periférica introducida por la armadura longitudinal.

A. 3.23.4

A. 3.23.5

disposiciones relativas a las armaduras de compresión

3.24

Las disposiciones y limitaciones que impone este artículo son las usuales. No se trata de límites exactos o que puedan justificarse cuantitativamente con precisión; pero su cumplimiento garantiza que no se rebasa un dominio dentro del cual la experiencia ha demostrado que el conjunto funciona de acuerdo con las hipótesis admitidas para el buen comportamiento del hormigón armado.

De las limitaciones tratadas en el primer apartado se desprende que, en los casos habituales de piezas sometidas a compresión simple, la capacidad mecánica de la armadura longitudinal no debe ser inferior a la décima parte de la fuerza axial pésima. Ahora bien, no debe olvidarse que el caso de compresión simple es, en rigor, puramente teórico, pues en la práctica existe siempre la posibilidad de que la fuerza axial se descentre, originándose, así, una diferenciación entre las armaduras de uno y otro borde. Por ello, aún en estos casos de compresión simple, es posible distinguir la armadura U de la armadura U'; y por ello, las limitaciones referidas obligan, por separado, a las dos armaduras. A. 3.24.1

Se limita la resistencia minorada de la armadura en compresión al valor 3.750 kg/cm^2 , que equivale a $1.500 \text{ kilogramos/cm}^2$ de resistencia característica, para asegurar que las barras alcanzarán realmente ese valor antes de que el hormigón se aproxime a rotura, y para evitar tensiones demasiado altas que puedan facilitar un pandeo prematuro de la armadura. A. 3.24.2

Es obligado disponer armaduras transversales en forma de cercos o estribos, siempre que sean necesarias armaduras de compresión. De lo contrario, éstas pueden pandear arrancando el recubrimiento, mucho antes de llegar a alcanzar su límite elástico. Las armaduras transversales deben ir envolviendo a las longitudinales, y las separaciones y secciones que se imponen para aquéllas en el articulado, son las que la práctica ha venido sancionando. Por otra parte, tales armaduras pueden ser las mismas utilizadas para el esfuerzo cortante, sin necesidad de aumentar sus secciones, pues los máximos esfuerzos que han de sufrir por una y otra función no se producen en la misma zona. A. 3.24.3

A. 3.24.5

^a
A. 3.24.7

Si las armaduras van dispuestas en zonas de pequeño espesor, o son de trazado curvo o acodado y se colocan próximas a paramentos convexos, se presentan los mismos peligros ya comentados para la armadura de tracción, en los casos análogos correspondientes. Se justifican así los últimos apartados de este artículo, que recogen disposiciones semejantes a las incluidas en los ya mencionados casos análogos del artículo anterior.

disposiciones relativas a las armaduras transversales

3.25

Con una separación entre armaduras transversales igual a $h(1 + \operatorname{ctg} \alpha)$ se consigue que cualquier grieta a 45° cruce, forzosamente, al menos dos estribos. El coeficiente 0,75 supone una seguridad adicional, resultando, para el caso de cercos verticales, una separación igual a los tres cuartos del canto, que es, en todos los casos, inferior al brazo mecánico de la sección. A. 3.25.1

Es muy recomendable que todas las vigas lleven armaduras transversales, aun cuando teóricamente no sean necesarias para resistir los esfuerzos cortantes; pero no puede imponerse esta condición preceptivamente para todos los casos. Cuando el ancho de la sección es grande respecto al canto, como sucede en forjados, y una armadura de reparto asegura la distribución de esfuerzos; o en elementos secundarios, y mientras no sea de temer una fisuración grave que pueda reducir excesivamente la sección resistente de hormigón, puede prescindirse de los estribos, que, sobre todo en piezas de poco canto, representan un sobrecosto de mano de obra importante, por el gran número de pequeñas armaduras que hay que preparar y colocar.

Con armadura transversal en forma de cercos u horquillas, se autorizan inclinaciones de hasta 70° , si van combinados con barras longitudinales lisas, y de hasta 60° si van combinados con barras de alta adherencia. Los ensayos efectuados por diferentes experimentadores, y en particular por Granholm, prueban que, en esas condiciones, la transmisión de esfuerzos es, todavía, satisfactoria. A. 3.25.3

Para las barras levantadas se aceptan inclinaciones entre 30° y 60° ; y se recomienda la combinación de barras levantadas y de estribos porque, indudablemente, de este modo se cubre mejor el campo de isostáticas que se forma dentro del alma de la viga.

Es fundamental que todas estas armaduras, relativamente cortas, a lo largo de las cuales se producen fuertes cambios de tensión, vayan perfectamente ancladas con ganchos, como en las horquillas; o mejor, con cambios de dirección, como en los cercos.

A. 3.25.5

Por último, como la acción del esfuerzo cortante, según quedó comentado en su lugar correspondiente, no se limita a una sección determinada, sino que se extiende a uno y otro lado de la misma, resulta aconsejable prolongar en medio canto la colocación de estribos, según se estipula en el articulado.

anejo al comentario 3.7
establecimiento de cargas mayoradas

capítulo I exposición general

Una estructura se considera como bien dimensionada cuando los elementos o piezas que la constituyen satisfacen determinadas condiciones inicialmente impuestas. De ellas, unas se refieren a las características mecánicas del material con el que se ha de construir la estructura, mientras que las otras representan la magnitud o importancia de las cargas y fuerzas actuantes.

En rigor, tanto uno como otro tipo de condiciones se fijan mediante criterios y ensayos forzosamente convencionales. Las características mecánicas que intervienen en el cálculo de un proyecto son, fundamentalmente, la resistencia y los módulos de elasticidad del material. Para fijar la primera, el ingeniero recurre a los ensayos tecnológicos de compresión o de tracción, ensayos que sólo definen una tensión convencional de rotura como cociente que se obtiene al dividir el esfuerzo aplicado por la sección inicial de la probeta.

Este cociente representa, en rigor, únicamente el valor medio de las tensiones realmente introducidas. Cuando se modifica el tipo de probeta o se cambian sus dimensiones, la tensión que se obtiene es distinta de la deducida antes del cambio. Los ensayos bajo carga lenta, conducen a valores más reducidos que los registrados cuando la probeta se carga rápidamente. La forma de los platillos o mordazas influye en los resultados.

Estas consideraciones ponen de relieve la dificultad que se presenta cuando se intenta definir la resistencia en compresión o en tracción de un cierto material.

Para unificar los resultados, el técnico recurre a normalizar el tamaño de una probeta tipo. En cada ensayo deduce así una tensión convencional de rotura, como la carga unitaria producida por un esfuerzo uniformemente aplicado a toda la

sección. La diferente distribución de los conglomerados que constituyen la estructura resistente del material, hace que los resultados no sean concordantes; y para representar esta real heterogeneidad del cuerpo ensayado, traza una curva de frecuencias o diagrama de distribución, con el cual representa la probabilidad de que el material llegue a alcanzar una determinada resistencia.

Otro tanto ocurre con las sobrecargas. Raro es el caso en el que se conocen con toda precisión los máximos sistemas de carga que un día podrán actuar sobre la estructura. Los forjados, vigas y soportes de una vivienda podrán calcularse para resistir una considerable aglomeración de personas, pero la posibilidad de que, por disposiciones legales, o por acontecimientos económicos o políticos, se transforme una habitación en un almacén de libros, muebles, o cualquier otro producto, se escapa a toda previsión.

Salvo en contados casos, no cabe hablar de una sobrecarga máxima irrebasable. En teoría al menos, no parece que exista ninguna ley que impida al viento soplar con velocidades muy superiores a las máximas registradas. La violencia de un seísmo no parece que tampoco tenga límites. La circunstancia de que no se hayan registrado valores dobles o triples de los máximos precedentes, no niega la posibilidad física de que tal hecho suceda. Sólo relega a una probabilidad pequeñísima la posibilidad de su ocurrencia.

No son muchas las estaciones meteorológicas que llevan más de medio siglo registrando velocidades del viento e intensidades de seísmos, y son pocas las estructuras que se proyectan pensando en que sus servicios perdurarán por más de dos siglos. Partiendo de los primeros datos y admitiendo el segundo plazo, podrá estimarse la máxima intensidad probable, de un huracán, durante dicho periodo. Esta intensidad puede definirse, de un modo más preciso, como aquella velocidad de viento que goza de la propiedad de que la probabilidad de que durante el periodo de servicio de la estructura actúe un viento de superior velocidad, es igual a un medio. Dicho de otro modo, es la velocidad cuya probabilidad de ser superada alguna vez es la misma que la de no ser alcanzada durante toda la vida de la estructura.

En un caso y en otro, tanto cuando se pretende estimar la presión ejercida por el viento, como cuando se desea valorar el efecto de los seísmos, el examen de las intensidades registradas en largos periodos de tiempo, solamente permite predecir una probabilidad de ocurrencia para cada valor o intensidad.

Lo mismo ocurre, salvo contadas excepciones, con el resto

de las sobrecargas. Las sobrecargas propias de viviendas, almacenes, salas de espectáculos, naves industriales, oficinas, puentes, etc., están condicionadas por una ley de probabilidad. Cuanto más reducido sea el valor adoptado como representativo de una cierta sobrecarga, mayor será la probabilidad de que, por circunstancias imprevistas, se produzca la fortuita aparición de una sobrecarga superior a la que se estimó como máxima.

En definitiva, una sobrecarga, sea del tipo que sea, no puede definirse mediante un valor concreto. Sólo podrá determinarse, mediante una adecuada estadística, la máxima sobrecarga probable o, si se quiere, el tren de cargas cuya probabilidad de ser superado sea tan pequeña como convenga a las circunstancias. Desde un punto de vista matemático, tanto las sobrecargas previsibles, como las resistencias del material, la precisión de los cálculos, etc., son funciones de probabilidad. No puede decirse que la aceptación de una cierta hipótesis simplificativa supone un 5 % de error. Si así fuera, descontando de los resultados tal porcentaje, se tendría el resultado exacto. Sólo pueden fijarse errores o dispersiones, medios o probables; pero, eso sí, puede complementarse cada una de esas magnitudes con la probabilidad de que, en la realidad, su valor no sea superado.

Como consecuencia, si se estima en q_1 kg/m² la sobrecarga que debe aceptarse para el cálculo de los forjados de una vivienda, se obtendrá, mediante una adecuada estadística, la probabilidad p_1 de que no se produzca, en todo el periodo de servicio de la estructura, una sobrecarga mayor.

Es evidente que si se adopta una sobrecarga $q_2 < q_1$, la probabilidad de que la sobrecarga real no supere el valor q_2 previsto será $p_2 < p_1$. Dicho de otro modo, si se adopta una sobrecarga $q_2 < q_1$, la probabilidad de que se produzca una sobrecarga superior a la prevista en el cálculo, y capaz, por lo tanto, de ocasionar la ruina de la estructura, es mayor que cuando se adopta la sobrecarga q_1 . El margen de seguridad resulta así menor en el segundo caso que en el primero.

Esta estrecha dependencia entre márgenes de seguridad y valores adoptados para representar la sobrecarga, hace que sea de todo punto imposible fijar unos sin precisar los otros. Todo estudio orientado a la determinación de los valores más representativos de un cierto tipo de sobrecargas, deberá conducir a la doble deducción de unos valores para la sobrecarga y de otros para sus correlativos coeficientes de seguridad.

No debe interpretarse esta conclusión en el sentido de que el coeficiente de seguridad total de una estructura sólo depende de la mayor o menor variabilidad de la sobrecarga. Como ya se

ha indicado anteriormente, tampoco puede predecirse cuál será la verdadera resistencia del material elegido para la estructura, y otro tanto puede decirse de la precisión y verosimilitud de las hipótesis y del desarrollo numérico de los cálculos.

Según se desprende de los criterios expuestos, la resistencia del material, la magnitud de la sobrecarga y la aproximación de las hipótesis admitidas en el cálculo, son susceptibles de estar representadas por unas leyes de probabilidad. La posibilidad de que se produzca el hundimiento de una estructura, será una función dependiente de las tres variables enumeradas. Lo más probable es que un elemento resistente falle bajo una sollicitación superior a la de rotura prevista, pero este hecho no puede darse como cierto. Bastará con que la resistencia del material sea algo superior a la probable para que, con bastante probabilidad de éxito, pueda la pieza soportar una carga también algo superior. A su vez, esta probabilidad de supervivencia se elevará si los resultados teóricos se basaron sobre unas hipótesis moderadamente conservadoras.

La probabilidad de hundimiento resulta así una composición de tres leyes de probabilidad individuales. El hecho de que, como se verá más adelante, por conveniencias estadísticas, estas tres leyes se conviertan en cinco, por desdoblamiento de dos de ellas, no supone alteración alguna en cuanto a los criterios generales que ahora se exponen. Sólo se trata de un simple artificio de cálculo.

Lo que sí es conveniente resaltar, es la circunstancia de que, en la formación de la ley de probabilidad de hundimiento, intervienen todas las variables, individuales o parciales, en toda su amplitud. Aunque, en general, las catástrofes se deben a una concurrencia de efectos desfavorables, no hay razón para suponer que, en todos los casos, el hundimiento se produce en una sección mal calculada, peor ejecutada y en presencia de una sobrecarga de imprevista importancia.

No parece acertada la idea, insistimos, de contar únicamente con las zonas extremas de variabilidad de resistencias, hipótesis de cálculo y sobrecarga. Por el contrario, parece más fundada y objetiva la teoría consistente en hacer intervenir todos los campos de fluctuación de dichas variables, en el cómputo de la probabilidad de hundimiento. Sólo así pueden compensarse, como de hecho parece producirse, unos errores o defectos, con unas hiperresistencias, un planteamiento conservador del cálculo, o una estimación pesimista de las sobrecargas probables. La teoría probabilista, basada en el unilateral estudio de las zonas extremas de variabilidad, no parece de rigurosa aplicación a esta clase de estudios.

Con independencia de estos problemas de tipo matemático-

estadístico, surge, a la hora de establecer un criterio sobre los valores límites, una dificultad de orden más general. Las tres leyes estadísticas, convenientemente compuestas, dan lugar a una expresión de la probabilidad final de hundimiento. Esta probabilidad debe ser pequeña, como símbolo y exponente de la seguridad de que no se produzca el fallo de la estructura. Cuanto más pequeña sea la probabilidad, más alejado estará el riesgo de una catástrofe, pero más costosa será la obra a causa de un mayor exceso de material y dimensiones. ¿Cómo se debe fijar esa probabilidad, para que no sea temeraria, ni conduzca a un coste excesivo de la obra?

Dos criterios esencialmente diferentes surgen en el momento de resolver este problema. Uno de ellos consiste en fijar, arbitrariamente, un cierto valor para la probabilidad de hundimiento. La estimación de este valor se hace, bien por elección subjetiva, o bien de acuerdo con otras probabilidades, tales como la de la posible destrucción por un incendio o por otras causas ajenas a la resistencia y condiciones mecánicas de la estructura.

El segundo criterio se basa en el concepto de un mínimo coste de la obra asegurada. Si, para fijar ideas, se supone que una empresa, sin fines lucrativos, acepta la responsabilidad de indemnizar convenientemente los daños producidos por el hundimiento de una estructura, resulta lógico admitir el pago de una prima aseguradora. Esta prima será tanto más elevada, cuanto mayor sea la probabilidad de hundimiento, y tanto más reducida, cuanto menores sean los daños previsibles ocasionados por el accidente. Establecida esta imaginaria compañía aseguradora, la solución más razonable correspondería a la del mínimo coste de la obra asegurada, es decir, mínima suma de coste de primer establecimiento más importe de la prima de seguros. Tanto el coste de la obra, como la prima de seguros, son funciones de la probabilidad de hundimiento; luego la condición de suma mínima conduce a un valor objetivo del margen de seguridad que debe adoptarse en cada caso concreto. La solución matemática es posible porque, mientras el coste de la estructura aumenta cuando se hace disminuir la probabilidad de hundimiento, la prima aseguradora se reduce, por alejarse la posibilidad de efectuar el pago de las indemnizaciones. Como consecuencia, cuando aumenta la importancia de los previsibles daños que pueden ocasionarse con el posible, aunque improbable, hundimiento, aumenta el importe de la prima de seguro, siendo entonces conveniente reforzar el margen de seguridad, es decir, reducir la probabilidad de hundimiento para minimizar la suma de coste más prima. Este resultado, repleto de lógica, permite modular unos márgenes de seguridad con una objetividad de la que carece el criterio precedente.

En el fondo, ambos criterios sólo difieren en el modo de elegir los datos. Mientras que en el primero se fija arbitrariamente una cierta probabilidad máxima de hundimiento, en el segundo se valoran los posibles daños como medio para determinar la probabilidad que, de otro modo, sería preciso establecer con arreglo a criterios personales.

definición del coeficiente de seguridad

Como norma general, puede decirse que los coeficientes de seguridad, factores numéricos representativos del margen de seguridad adoptado y funciones directas de la probabilidad de hundimiento, son susceptibles de establecerse con arreglo a dos criterios distintos. Según el primero, que bien pudiera llamarse clásico, el coeficiente de seguridad se expresa como cociente que resulta de dividir la resistencia del material por la llamada tensión máxima admisible. Fijado aquél, ésta se determina dividiendo la resistencia por el coeficiente de seguridad. Este modo de proceder se suele denominar criterio clásico, de las tensiones admisibles, o de los coeficientes de seguridad nominales.

El segundo criterio, más moderno que el anterior, se basa en un principio en cierto modo opuesto. En lugar de deducir las tensiones admisibles como cociente de la resistencia por el coeficiente de seguridad, éste se aplica como factor multiplicador de las cargas. Es decir, que no se reduce la resistencia del material para disponer de un cierto margen, sino que son las sollicitaciones las que se aumentan, para prever un posible incremento de dichos esfuerzos.

Los cuerpos resistentes que satisfacen la ley de Hooke gozan de la propiedad de ofrecer una directa proporcionalidad entre las tensiones, las deformaciones y las sollicitaciones actuantes. Una pieza, idealmente elástica y hookeana, sometida a un cierto esfuerzo axial o de flexión, sufre unas deformaciones y, por consiguiente, se encuentra sometida a unas tensiones, que aumentan al doble o al triple cuando se duplica o triplica el esfuerzo aplicado.

En tales circunstancias, uno y otro criterio de seguridad, conducen a un mismo resultado. Las mismas dimensiones se requerirán para resistir un esfuerzo con arreglo al criterio de las tensiones admisibles, que para soportar una sollicitación extrema n veces superior a la prevista, cuando la resistencia es n veces la tensión admisible.

Desgraciadamente, esta proporcionalidad entre las sollicitaciones o esfuerzos aplicados y las tensiones producidas, no es ni tan frecuente ni tan general como en un principio podría parecer. Aun dentro del estudio ideal de los cuerpos consecuentes con la ley de Hooke existen muchos casos en los que la citada proporcionalidad desaparece. Fuera del dominio elástico y hookeano, la falta de proporcionalidad se muestra libre de toda duda, y puesto que los materiales usados en la construcción no

satisfacen la ley de Hooke, al menos en su estado final de prerotura, se hace necesario estudiar las ventajas e inconvenientes de cada uno de los criterios que pueden adoptarse para fijar el coeficiente de seguridad.

Admitamos, por un instante, que las sobrecargas son perfectamente conocidas y determinadas. Supongamos también que los cálculos analíticos desarrollados satisfacen plenamente la realidad de los hechos. Imaginemos que, tanto las dimensiones de las piezas, como sus uniones, apoyos y disposición, coinciden rigurosamente con los principios admitidos.

En estas condiciones ideales, el método que mejor representa el margen de seguridad realmente disponible es el primero; el basado en el criterio de las tensiones admisibles. Cuando se realiza una exacta concordancia entre el estado de tensión previsto y el real, el coeficiente de seguridad debe cubrir, únicamente, los riesgos que se derivan de una posible dispersión en la resistencia del material empleado. La única posibilidad de hundimiento corresponde, en este caso hipotético, a una imprevisible caída de resistencia del material. La probabilidad de hundimiento es la probabilidad de que el material posea una resistencia inferior a la prevista al calcular el estado de tensión.

Por el contrario, si ahora admitimos que lo único que realmente se conoce es la verdadera resistencia del material colocado en la obra, sería absurdo desarrollar los cálculos sobre la base de una resistencia inferior a la real. El procedimiento lógico sería multiplicar los esfuerzos previstos por un cierto coeficiente de seguridad, toda vez que la única fuente de indeterminación proviene, precisamente, de la estimación de los posibles esfuerzos máximos que un día podrán solicitar la pieza o sección que se considere.

Volviendo a la realidad de los hechos, será necesario admitir que ni una ni otra hipótesis son válidas. Ni las sobrecargas son realmente conocidas, ni tenemos la certeza de la verdadera resistencia del material.

Admitiendo la primera hipótesis, llegamos a la conclusión de que es necesario disminuir la carga máxima de rotura, dividiéndola por un coeficiente de seguridad parcial C_m (coeficiente de minoración), destinado a garantizar el necesario margen de seguridad frente a las naturales variaciones de la resistencia del material. Aceptando la segunda, se deduce que es necesario multiplicar las cargas exteriores por un coeficiente de seguridad parcial C_M (coeficiente de mayoración), cuya misión consiste en ampliar el campo de variabilidad de las sollicitaciones que el elemento puede soportar, de tal modo que la pieza o sección esté facultada para resistir imprevistas sobrecargas.

En consecuencia, el coeficiente de seguridad C de la pieza resulta así ser el producto de dos factores:

$$C = C_m \cdot C_M$$

El primero de ellos se aplica como divisor de las resistencias. El cociente que resulta de dividir la resistencia característica por este coeficiente C_m recibe el nombre de resistencia minorada. Como la tensión máxima admisible, representa una carga unitaria que limita todo posible estado de tensión.

El segundo coeficiente de seguridad parcial, C_M , se aplica como factor multiplicador de las cargas. La sollicitación correspondiente a las cargas así mayoradas, es la que debe adoptarse para calcular las tensiones a las cuales está sometida una determinada sección. Las tensiones máximas resultantes de la aplicación de este esfuerzo, C_M veces superior al previsto, deben ser, en todo caso, inferiores a la resistencia minorada del material.

El criterio que se acaba de exponer es igualmente aplicable al caso más general en el que son dos o más los materiales que constituyen la pieza. El coeficiente de seguridad parcial C_M , independiente de la dispersión propia del material por definición, será el mismo para todos ellos. El estado de tensión en los distintos materiales debe ser tal que, en todos ellos, las tensiones producidas por la sollicitación de agotamiento, es decir, las producidas bajo unas cargas exteriores iguales a C_M veces las previstas, sean inferiores a la resistencia minorada correspondiente a cada material.

valores tipo de referencia

A. CARACTERISTICAS MECANICAS

I. Hormigones.

Frecuentemente, para resolver un determinado problema, se simplifican los datos que en él intervienen. La atención queda así concentrada en el tema que concretamente se desarrolla. La determinación de los datos que se han supuesto conocidos, constituye un problema aparte que se resuelve independientemente.

Algo parecido se ha hecho al tratar de definir las condiciones de seguridad. La resistencia minorada, dato fundamental y básico para el cálculo de las mismas, se deduce dividiendo la resistencia del material por el coeficiente de seguridad parcial C_m . De este modo, el dato que figuraba como conocido al resolver los problemas mecánicos de dimensionamiento, resulta ser la solución de un problema de seguridad.

A su vez, esta resistencia base de los cálculos, es función de la resistencia real del material; magnitud, esta última, que se supone conocida, una vez definido el material de referencia.

Como ya se ha señalado en páginas anteriores, el concepto de resistencia es un tanto convencional e impreciso. Convencional por ser función de las dimensiones del elemento ensayado. Impreciso porque los ensayos tecnológicos, por muy normalizados que estén, forzosamente presentan una cierta dispersión en los resultados.

Admitamos que se conoce de antemano el material que va a emplearse en la obra. Supongamos, con el fin de fijar ideas, que se trata de un hormigón de definida dosificación de áridos, agua y cemento, y que la procedencia y características de estos materiales es perfectamente conocida. Dejando a un lado el atractivo problema del tipo más conveniente de probeta, que merece, por su interés, todo un estudio aparte, imaginemos que se ha acordado realizar los ensayos sobre probetas cilíndricas, pongamos por caso.

En estas condiciones, supongamos que se han roto n probetas y obtenido n cargas unitarias de rotura. ¿Cuál es la resistencia del hormigón? Definido el tipo de probeta y normalizado el ensayo, ¿cómo se define la resistencia representativa de n resultados dispersos?

El criterio más extendido es el de identificar esta resistencia representativa con el valor medio de los resultados obtenidos en el ensayo. Puestos a fijar un valor único que resuma un conjunto de resultados, parece, a primera vista, que la media aritmética es el sistema de más sencilla y equilibrada representación. Aisladamente considerado el problema, tal decisión sería la más juiciosa, ya que, con tal modo de proceder, se obtendría una magnitud que goza de la propiedad de que la probabilidad de que aparezca una resistencia más elevada es la misma que la de que se produzca una más baja. Para un laboratorio de ensayos, la resistencia media es la que define la carga unitaria de rotura del material.

Sin embargo, este criterio, justo para un observador ausente de los problemas que a continuación se plantean, es inadecuado para el proyectista. El hecho de que unos trozos o fragmentos de una estructura posean una resistencia real superior a la prevista, no puede compensar el que otras secciones ofrezcan una resistencia más baja. Supuestas exactamente satisfechas las restantes variables aleatorias, es decir, admitida la hipótesis de que todo ha ocurrido con arreglo a las previsiones efectuadas, una estructura puede arruinarse por una importante merma de la resistencia del material en una sección crítica, sin que la catástrofe pueda evitarse por una hiperresistencia de otras rebanadas de la misma pieza. Dicho de otro modo, una estructura puede fallar por insuficiencia resistente del material en un punto, aun cuando la resistencia media del conjunto sea la prevista. Una cadena se rompe por el eslabón más débil, sin que la resistencia de los más fuertes influya en la capacidad resistente del conjunto.

Una estructura es un conjunto de elementos enlazados entre sí. Si las distintas piezas se calculan de tal modo que, bajo la carga mayorada, todos y cada uno de los distintos elementos se agotan simultáneamente, es indudable que, de realizarse la obra con un material perfectamente homogéneo, y tal que su resistencia sea la prevista, sólo se producirá el hundimiento cuando actúe una carga superior a la mayorada. Sin embargo, la intuición nos lleva al convencimiento de que si el material, en lugar de ser homogéneo, presenta en unos elementos unas hiperresistencias y en otros unas defectuosas características mecánicas, la capacidad resistente del conjunto se verá reducida y la estructura sucumbirá, por el elemento más débil, bajo una carga inferior a la mayorada supuesta.

En consecuencia, la probabilidad de hundimiento se ve más afectada por las zonas de bajas resistencias que por las de altas. La resistencia media pierde ahora todo su significado, porque

no es lógico atribuir la misma influencia a unas resistencias que a otras.

La resistencia representativa o característica es el resultado de esta distinta ponderación de las cargas o resistencias obtenidas en el ensayo. La incertidumbre causada por la dispersión se traduce en un valor de la resistencia característica, tanto más bajo cuanto más dispersos son los resultados.

Desde un punto de vista matemático, la determinación de esta media ponderada se resuelve siguiendo un camino que, si bien es indirecto, es más viable al cálculo. Se sabe que la resistencia característica es función de la resistencia media y de la dispersión, pero se desconoce la ley que liga estas tres variables. Ahora bien, por definición, la resistencia característica es la carga unitaria ficticia que, a efectos de seguridad, equivale a un conjunto de resultados dispersos. Por consiguiente, si se supone conocida la solución y resuelto el problema, el valor obtenido para la resistencia característica deberá ser tal que el coeficiente de seguridad que se le aplique sea independiente de la dispersión que presenten los resultados.

Las ventajas que se deducen de este modo de proceder son inmediatas. El coeficiente de seguridad puede ahora calcularse con independencia de la heterogeneidad de los resultados, porque esta dispersión afecta a la resistencia característica. Fijada esta resistencia como base de un proyecto, sólo queda imponer en obra la condición de que el material ejecutado debe gozar de la propiedad de que la resistencia característica que se deduzca de los resultados sobre las probetas fabricadas con el material colocado, sea igual o superior a la estipulada como límite inferior. La doble limitación sobre la mínima resistencia media y el máximo valor de la dispersión aceptable que, de otro modo, sería necesario establecer, queda así unificada en una sola condición, con posibilidades de compensación de una propiedad con la otra.

Algunos especialistas, como M. Prot y M. Levi, defienden la idea de que la resistencia característica debe ser igual a la resistencia media disminuida en k veces la dispersión observada. El criterio general sigue siendo el mismo que se ha desarrollado en párrafos anteriores y, aunque difiera en sus detalles, no por eso deja de constituir una justificación más a la tesis expuesta. Tanto M. Prot como M. Levi dejan a la juiciosa estimación del proyectista la valoración del coeficiente k .

Cuando se aplican los métodos de cálculo que en esta Instrucción se proponen, la valoración de la resistencia característica se efectúa mediante la aplicación de una fórmula precisa. La expresión simplificada de la resistencia característica resulta

ser el valor medio de las $n/2$ resistencias más bajas, obtenidas en el ensayo de n probetas cilíndricas normalizadas de hormigón, mantenidas en agua entre 18 y 22 grados centígrados y rotas por compresión a los veintiocho días.

II. Aceros.

En nuestro país, el tipo de acero más frecuentemente utilizado en la técnica de la construcción es, por el momento, el llamado normal u ordinario. Su propiedad característica es la de poseer un marcado escalón de relajamiento. Las deformaciones, al llegar la tensión al límite elástico, aumentan en proporciones tales que puede considerarse al acero como trabajando en un verdadero régimen plástico.

Las condiciones finales de rotura vienen fuertemente afectadas por la presencia de este tramo de deformaciones plásticas. La experimentación y la teoría concuerdan y ratifican que la rotura sólo se presenta después de haberse producido el agotamiento plástico en determinado número de secciones.

Esta teoría plástica ha sido desarrollada por diversos investigadores. En el campo de las estructuras metálicas, la experimentación confirma los resultados teóricos, con las solas discrepancias que se derivan de los estados previos de tensión originados durante el proceso de laminado.

Consecuente con estos resultados, la rotura depende de los esfuerzos que producen el agotamiento plástico, siendo, por consiguiente, el límite elástico la característica fundamental que determina la redistribución final de esfuerzos y tensiones en los entramados hiperestáticos.

La pequeña dispersión que presentan los límites elásticos de los aceros, fruto natural de su sistemática elaboración, hacen, por un lado, que su valor característico sea muy parecido al valor medio; y, por otro, que el coeficiente de seguridad parcial $C_m = C_n$ sea próximo a la unidad. Finalmente, el hecho de que, una vez agotada la pieza, aún quede un pequeño margen resistente antes de alcanzarse la rotura, introduce una nueva y adicional reducción al coeficiente de seguridad C_n cuando éste se aplica como divisor del límite elástico característico.

En el hormigón armado, como son dos los materiales que se emplean, son también dos los coeficientes parciales de seguridad ($C_m = C_a$ y $C_m = C_b$) que deben adoptarse. Esta circunstancia nos obliga a añadir algunas consideraciones complementarias.

Las piezas de hormigón muy débilmente armadas presentan unas hiperresistencias acusadas. Las fórmulas teóricas, así como

las teórico-experimentales, que conducen a resultados satisfactorios en toda la zona de cuantías normales, determinan valores inferiores a las sollicitaciones reales de rotura, cuando la sección de acero es muy pequeña. Esta falta de concordancia parece deberse a las altas tensiones de tracción que se desarrollan en la armadura, entre los bordes o labios de las grietas. El acero, localmente sometido en esta zona a unos alargamientos elevados, rebasa el escalón de relajamiento y se interna en el tramo final de prerrotura. El esfuerzo de tracción que se desarrolla supera las tensiones correspondientes al límite elástico aparente de las armaduras, dando lugar a unos incrementos anormales del par resistente. La rotura puede entonces producirse por el fallo de la armadura.

Exceptuando este caso de aplicación práctica poco frecuente, la rotura final de las piezas armadas se produce por agotamiento resistente del hormigón. Cuando la armadura llega al límite elástico, se producen importantes alargamientos del acero, ocasionalmente incrementados por fallo de adherencia con el hormigón. La fibra neutra se eleva, se reduce la zona del hormigón comprimido y se produce la rotura por aplastamiento de este último material.

Este fallo del hormigón está directamente condicionado a la entrada del acero en el escalón de relajamiento. Mientras la armadura no alcanza tal tensión límite, no se producen las deformaciones plásticas que, al reducir la cabeza de compresión, acaban por ocasionar la rotura del hormigón.

Sólo cuando se emplean cuantías muy fuertes puede producirse dicha rotura antes de que el acero alcance el límite elástico; pero tanto en uno como en otro caso la armadura no llega a romperse.

Esta circunstancia, junto con el hecho de que la rotura de la pieza se produzca, la mayor parte de las veces, cuando el acero trabaja en pleno escalón de relajamiento, hace que sea el límite elástico de las armaduras el valor tipo de referencia generalmente aceptado; y justifica que, en esta Instrucción, se llame resistencia de un acero a su tensión de límite elástico.

Este cambio de referencia, este establecimiento de una tensión límite de utilización diferente de la de rotura, impone, por su propia naturaleza, una modificación en los coeficientes de seguridad propios de la armadura. No existe ninguna razón que justifique el que los coeficientes relativos al hormigón y al acero sean los mismos. La armadura dispone de un margen adicional de resistencia que no posee el otro material.

No es éste el único motivo que obliga a disponer unos distintos márgenes de seguridad para ambos materiales. Las arma-

duras se fabrican según unos sistemáticos procesos industriales, en condiciones sensiblemente iguales siempre. El hormigón se ejecuta en unas condiciones más duras, generalmente a pie de obra. Los errores en la dosificación del agua afectan duramente su resistencia. Las heladas, una defectuosa compactación, o un curado impropio, pueden mermar la carga unitaria de rotura de un modo importante.

Mediante un adecuado desarrollo matemático-estadístico, pueden deducirse las probabilidades de hundimiento de una estructura por fallo de la armadura, así como los coeficientes de seguridad apropiados. Para lo primero, no hay más que componer las leyes estadísticas propias de cada distribución elemental. Para lo segundo, será preciso aplicar el criterio económico ya expuesto en páginas anteriores.

Evidentemente, fijado un caso particular, podrá efectuarse un estudio matemático, primero para el hormigón y después para el acero. Los resultados no serán los mismos en uno y otro caso. Al ser distintos los datos de partida, por variar el material, será preciso entrar con una o varias distribuciones diferentes de probabilidad. Muchos de los errores imputables a un material, exceso de agua, endurecimiento defectuoso por causa de las heladas, etc., no son aplicables al otro. Siendo las leyes distintas, el resultado no puede ser el mismo.

El ideal sería poder encontrar una ley que permitiese deducir un coeficiente en función del otro. Desgraciadamente, la complejidad del cálculo es tan grande que resulta de todo punto imposible determinar tal dependencia de un modo directo.

Este problema puede resolverse según los criterios propuestos en un informe presentado al C.I.B. La fórmula final

$$C_a C_M = 1 + \frac{1}{3} C, \quad \text{con} \quad C = C_b C_M$$

cuya justificación se detalla en el capítulo V de este anejo, permite deducir el coeficiente de seguridad $C_a C_M$, respecto al límite elástico (real o convencional) característico del acero de las armaduras, en función del coeficiente de seguridad $C = C_b C_M$, referido a la resistencia característica del hormigón.

La circunstancia de que el coeficiente de seguridad parcial de las armaduras sea prácticamente igual a $C_a = 1,2$, permite

deducir el coeficiente de seguridad parcial multiplicador de las solicitaciones:

$$C_M = \frac{C_a C_M}{C_a} = \frac{1 + \frac{1}{3} C}{1,2}$$

y el coeficiente de seguridad parcial del hormigón:

$$C_b = \frac{C}{C_M} = \frac{1,2 C}{1 + \frac{1}{3} C}$$

Posteriormente, y con el fin de matizar la diferente dispersión y heterogeneidad de los hormigones fabricados "in situ" y los prefabricados, se ha considerado preferible establecer unos valores fijos para los coeficientes de seguridad relativos a la heterogeneidad del material.

Admitiendo esta distinción, el coeficiente de seguridad parcial de solicitaciones C_M , adopta el valor:

$$C_M = \frac{C}{1,6}$$

en el que C es el coeficiente de seguridad total respecto al hormigón. El coeficiente 1,6 pasa ahora como divisor de la resistencia característica del hormigón R_k , para deducir la resistencia minorada o de cálculo R :

$$R = \frac{R_k}{1,6}$$

con lo que se mantiene el coeficiente de seguridad total C .

B. SOBRECARGAS

Los criterios desarrollados en páginas anteriores han permitido establecer unos márgenes de seguridad referidos a unas determinadas características mecánicas. La variabilidad de las resistencias, la vaguedad de un conjunto de resultados experi-

mentales no coincidentes, se ha resuelto mediante el criterio de la resistencia característica. Los márgenes de seguridad necesarios para cubrir unos inciertos fenómenos aleatorios han quedado definidos.

Todavía, para desarrollar el cálculo de una estructura, hace falta un dato más: las sobrecargas.

Las solicitaciones pésimas

$$C_M M \quad ,, \quad C_M N \quad ,, \quad C_M T$$

que resultan de multiplicar los momentos flectores M , los esfuerzos normales N y los esfuerzos cortantes T , previstos, por el coeficiente de mayoración C_M , constituyen un dato fundamental para el dimensionamiento de una sección. El coeficiente de seguridad C_M ha sido definido, pero no así los esfuerzos M , N y T .

Estos esfuerzos se deducen, mediante un cálculo apropiado, en función de las cargas aplicadas a la estructura. Corrientemente, estas cargas se clasifican en dos grupos: las cargas permanentes y las sobrecargas.

En relación con las primeras, tanto el peso propio como las cargas muertas de los elementos fijos que gravitan sobre la pieza, varían, si bien entre estrechos límites. Unas veces el peso específico supuesto no coincide con el real. Otras, los defectos de ejecución hacen que los espesores reales no se ajusten a los previstos por falta de exactitud en las medidas.

Sin embargo, salvo en casos excepcionales, estas diferencias de peso entre la realidad y las previsiones suelen carecer de positiva importancia. En teoría al menos, siempre parece posible revalidar estas cargas, por medición en obra, con toda la precisión que se desee.

No ocurre lo mismo con las sobrecargas. Una estadística, nada fácil por cierto, podrá suministrar los datos, frecuencias y magnitudes de las sobrecargas que durante un cierto intervalo actuaron, pero la previsión de las cargas futuras siempre poseerá un carácter marcadamente aleatorio. El desconocimiento del valor máximo que las sobrecargas pueden alcanzar impide fijar un valor concreto estimativo. La única posibilidad que existe es la de trazar un diagrama en el cual figure la probabilidad de que la sobrecarga rebase un cierto valor. Esta probabilidad será tanto más pequeña, cuanto más elevado sea el valor de la sobrecarga supuesta. No cabe hablar, en rigor, de valores numéricos de la sobrecarga. Es preciso sustituir dicho concepto por el de leyes de distribución o probabilidades de existencia.

Por otra parte, esta ley de variación de las sobrecargas constituye la base fundamental para el cálculo del coeficiente de seguridad parcial C_M que multiplica tales sobrecargas. Para de-

terminar dicho coeficiente, para deducir la probabilidad de hundimiento de una estructura, se precisa conocer la función que determina la probabilidad de que las sobrecargas rebasen un valor genérico.

Así, pues, según que las sobrecargas presenten valores más o menos dispersos, y según se tome uno u otro valor como sobrecarga máxima de cálculo, variará el coeficiente de seguridad parcial C_M . En definitiva, para establecer los valores de C_M será preciso establecer un criterio sobre las sobrecargas tipo y, recíprocamente, una vez conocida la dispersión de las sobrecargas, a cada valor arbitrario de ellas corresponderá un valor del coeficiente de seguridad C_M .

En consecuencia, carece de sentido matemático-estadístico el estudio por separado de los coeficiente de seguridad y de las sobrecargas tipo, del mismo modo que resulta equivocado el criterio de definir unos coeficientes de seguridad sin precisar la tensión límite o resistencia minorada a la cual se refieren.

Desgraciadamente, la estadística que se posee sobre las sobrecargas realmente actuantes, durante largos periodos, es muy escasa. La gran variedad de tipos de sobrecarga hace aún más perentoria la necesidad de realizar nuevos estudios estadístico-experimentales sobre el particular.

Esta escasez de datos es la causa de que no se sepa, de un modo convincente, cuál es la ley teórica de probabilidad más representativa. La inercia y el carácter marcadamente aleatorio del fenómeno inducen hacia unas funciones gaussianas.

Admitiendo, a falta de razones en contra, que las distribuciones siguen una ley normal, se comprende que basta con deducir la sobrecarga máxima media y determinar la dispersión para que, automáticamente, quede definida la ley de variación de las sobrecargas.

A este respecto, conviene definir lo que se entiende por sobrecarga máxima media. Supongamos que haya sido posible registrar las diversas sobrecargas (prescindiendo de las excepcionales) que, a lo largo del periodo de servicio, actuaron sobre n estructuras semejantes y destinadas a igual fin (viviendas, teatros, etc.). Examinando los resultados, se podría observar que mientras en la estructura 1, la sobrecarga máxima que actuó fué de q_1 , en la 2 el máximo correspondió a q_2 , etc. Las n sobrecargas máximas q_i registradas en las n estructuras son las más desfavorables; y su media

$$q_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i$$

define la sobrecarga máxima, media o probable, que cabe esperar actúe sobre una estructura análoga.

justificación analítica

En los capítulos II, III y IV de este anejo se detallan los criterios, métodos y estadísticas que sirvieron de base a este estudio, tanto en su aspecto general, como en el propiamente matemático, especialmente en lo que se refiere al establecimiento de nuevos teoremas del Cálculo de Probabilidades.

coeficiente de seguridad para la fisuración

El coeficiente de seguridad referente a la fisuración debe ser más pequeño que el correspondiente a la rotura.

Como en el caso de la rotura, se precisa disponer un cierto margen de seguridad frente a la fisuración, para impedir que ésta se produzca en proporciones inconvenientes y con una frecuencia excesiva.

Las variables, o fuentes de posible error, que aparecen en este caso, son las mismas que se han considerado previamente. La única diferencia consiste en que, ahora, los daños previsibles son mucho más reducidos. Una fisuración excesiva obliga a una reparación del elemento agrietado, sin que ello suponga un inminente peligro para la vida de los usuarios.

Los criterios generales que han servido de base para la deducción del coeficiente de seguridad referente a la rotura, son de nuevo aplicables a este caso particular de la fisuración. En definitiva, el cálculo de este coeficiente puede efectuarse aplicando dichos métodos, con la salvedad apuntada respecto a la magnitud de los daños causados por una excesiva fisuración; daños que se limitan, en el peor de los casos, a la reposición del elemento afectado.

Pero el hecho de que esta reposición se efectúe, en caso necesario, cuando la estructura está ya en servicio, aconseja tomar, como valor representativo de los daños causados, no una cantidad igual al coste del elemento agrietado, sino la equivalente al triple de dicho coste, para, con este margen, compensar las incomodidades, perjuicios y gastos que puedan ocasionar, tanto el apeo de los elementos agrietados, como la probable interrupción en el servicio de la estructura.

De acuerdo con estos principios, se ha llevado a cabo la deducción del valor del coeficiente de seguridad parcial, $C_M = 1$, aplicando el método general a una amplia serie de casos diversos y tomando para V_D un valor igual al importe de los gastos atribuibles a la reparación del elemento en estudio, es decir, el equivalente al triple del coste de dicho elemento.

capítulo II

criterio analítico seguido en la resolución del problema

El carácter esencialmente fortuito de las distintas causas que intervienen en el fenómeno resistente, obliga, como es natural, a plantear el problema dentro del cálculo de probabilidades. A tal efecto, se agrupan las causas de incertidumbre en los apartados siguientes:

- a) Defectos propios del material.
- b) Defectos inherentes a las hipótesis y sistemas de cálculo.
- c) Errores numéricos o de otro género que en él pueden deslizarse.
- d) Incertidumbre en la estimación de las sobrecargas que habrá de soportar la construcción.
- e) Defectos de ejecución en la obra.
- f) Magnitud de los daños causados por el improbable hundimiento.

La característica esencial, propia de los cinco primeros apartados, es la indeterminación de los valores que estas variables pueden alcanzar. Su magnitud, su importancia, depende de un conjunto de fenómenos imponderables, cuyo acaecer es un simple efecto del azar, razón por la cual no es posible establecer más leyes que aquellas que se derivan del estudio estadístico de un ciclo de observaciones. En consecuencia, todo estudio re-

lacionado con este tipo de variables ha de basarse en el cálculo de probabilidades, partiendo, no de valores medios, sino de un diagrama de frecuencias, de un gráfico de dispersiones, o de una función analítica o gráfica que exprese, de un modo numérico, la mayor o menor posibilidad de que la variable correspondiente alcance un campo de valores comprendido entre unos ciertos límites.

Estas cinco variables deben ser, pues, consideradas no como parámetros a definir en cada caso concreto, sino como funciones de probabilidad. Estas funciones estarán dotadas de los oportunos parámetros; parámetros que adoptarán uno u otro valor, según el caso que se considere, y que darán como resultado el establecimiento de una determinada función representativa de la probabilidad de que la variable en cuestión rebase un cierto valor, o esté acotada entre dos magnitudes prefijadas.

Por el contrario, la evaluación de los daños causados aparece con un carácter más estable a modo de un parámetro fijo, propio de cada caso particular. Aun cuando una parte de esos daños es fortuita y depende del instante que se considere, es también cierto que su magnitud no es causa que esté ligada, mediante estrechas relaciones, al agotamiento resistente de la estructura. Su evaluación puede realizarse partiendo del valor medio de los daños que cabe esperar, o mejor, si se conoce la distribución de frecuencias y la magnitud de los daños, de acuerdo con la esperanza matemática de los perjuicios causados.

A esta partida de daños causados se añade el coste de reconstrucción de la obra. A tal efecto, conviene hacer la observación de que este perjuicio adicional, que aparece también como sumando de notoria importancia en la formación del coste total de la obra asegurada, es función del coeficiente de seguridad, ya que las dimensiones de los distintos elementos dependen de este coeficiente.

Esta circunstancia es una de las condiciones que limitan el campo de aplicación de este estudio. No cabe aplicar los razonamientos que más adelante se exponen a todos aquellos casos en los cuales no puede establecerse una dependencia biunívoca entre costes de primer establecimiento y coeficientes de seguridad.

Así pues, y mientras la magnitud representativa de los daños aparece como una constante de valor adecuado, las restantes características que definen el coeficiente de seguridad, representadas por los cinco primeros apartados, deben ser expresadas e introducidas en el cálculo de dicho coeficiente como funciones de probabilidad; o lo que es igual, como variables estocásticas. En lugar de un valor único, se dispone de una expre-

sión que determina, para cada valor arbitrario x_i , la probabilidad elemental $d X_i$ de que la variable x esté comprendida entre x_i y $x_i + dx$.

Llamando x, y, z, t, u , a las variables correspondientes a los cinco primeros apartados, estas variables, cuyo carácter se acaba de definir, deben ser consideradas como factores de corrección, cuyo valor se ignora, por desconocerse cada una de las causas. Números sin dimensiones son otros tantos coeficientes de seguridad parciales, que se aplican multiplicando las magnitudes previstas en cada caso, para cubrir los riesgos que se derivan de un fortuito e imprevisible incremento de las magnitudes reales por encima de las previstas. Si q_r es la sobrecarga máxima que realmente actuará sobre la estructura en el más desfavorable instante de su vida de servicio, y q_p es la prevista en el cálculo, la relación entre la primera, desconocida por encerrar una previsión futura, y la segunda, es:

$$q_r = z \cdot q_p$$

con lo que la variable z , de valor desconocido, representa el coeficiente de seguridad parcial por sobrecarga. La estadística sólo puede definir cuál es la probabilidad Z_i de que la variable z alcance un valor superior a z_i .

Salvo casos aislados, la mayoría de los especialistas que han estudiado este tema han planteado el problema sobre esta base de partida. El criterio, por otra parte, parece que no puede ser más lógico. Las diferencias son sólo de tipo secundario u operatorio. M. Robert Levi plantea su sistema de cálculo componiendo las distintas variables de probabilidad mediante sumas algébricas, pero operando con los logaritmos: $\log x, \log y, \dots$ de las variables, en lugar de manejarlas directamente, con lo cual, en definitiva, multiplica o divide su efecto. El carácter de coeficientes de seguridad parciales de estas variables, y la necesidad de que intervengan como factores para expresar su acción mediante el producto $x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u$, lo introduce, no sólo de un modo implícito al sumar los logaritmos, sino también aclarando, para descartar toda posible duda, que las causas de fluctuación que actúan de una manera simple sobre las tensiones, lo hacen por vía multiplicativa y no aditiva. Así, si un error de apreciación en un momento de empotramiento, se puede traducir en un aumento de un 15 % de la tensión; un error en la magnitud de las sobrecargas, en un 5 % de aumento en la misma tensión; y un error en la ejecución de la obra, en un 10 %

de reducción en la resistencia, la relación entre la tensión real y la prevista será de:

$$r = 1,15 \times 1,05 \times \frac{1}{0,9}$$

o, lo que es igual:

$$\log r = \log 1,15 + \log 1,05 - \log 0,9 *$$

Si, de acuerdo con la clasificación establecida, cada uno de los cinco factores representa, aisladamente, el coeficiente de corrección que es necesario introducir para que se cumpla la hipótesis que representa, el coeficiente de corrección total C será:

$$C = x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u$$

Los valores x, y, z, t, u , de los factores de corrección, son desconocidos. Lo único que se sabe de ellos, mediante la oportuna experimentación, es que la probabilidad de que uno de ellos, el de x por ejemplo, alcance un valor superior a x_0 es X_0 .

Supuestas conocidas las cinco leyes de probabilidad X, Y, Z, T, U, de que las variables alcancen valores superiores a x, y, z, t, u , será posible deducir, igualmente, la ley de probabilidad P (C) de que el producto C de las cinco variables sea superior al previsto. Para cada valor determinado de C, por ejemplo, para $C = C_0$, se obtendrá una probabilidad $P = P_0$ de que el producto C sea superior a C_0 . Si ahora se identifica C_0 con el coeficiente de seguridad total, la probabilidad P_0 expresará la probabilidad de que el producto C rebase el coeficiente de seguridad C_0 . Agotado el margen C_0 adoptado, a causa de un valor C del producto de las variables superior al previsto, la estructura sucumbirá, con lo cual la probabilidad P_0 de que tal suceso ocurra, es decir, de que $C > C_0$, se identifica con la probabilidad de hundimiento de la estructura o elemento, dimensionado con un coeficiente de seguridad C_0 .

Una vez definida una primera relación entre la probabilidad de hundimiento P y el correspondiente valor del coeficiente de seguridad C, se hace preciso establecer una nueva condición que permita ligar los valores de P y C, con el fin de poder deducir los oportunos valores de ambas incógnitas.

* M. Robert Levi, *Calculs probabilistes de la sécurité des constructions*, 1949.

A tal efecto, conviene recordar que, de todo el conjunto de parámetros que influyen en el valor adecuado del coeficiente de seguridad, sólo se han hecho intervenir, hasta ahora, las cinco primeras variables del grupo de seis que se estableció al principio de este capítulo. Hasta el presente, para deducir la probabilidad P de hundimiento, no se ha hecho intervenir el sexto factor: la magnitud de los daños causados por el accidente.

Toda construcción lleva aparejado el riesgo de su improbable hundimiento, origen de unos daños determinados. Si se consideran n obras idénticas, tales que su probabilidad de hundimiento es de $1 : n$ y se supone que los daños que tal hundimiento puede ocasionar son, en todas ellas, iguales a D , cabe esperar que, en un plazo equivalente a su período de servicio, se hundirá una de ellas, dando lugar a unas pérdidas, humanas y materiales, iguales a D . Si δ es el coste de primer establecimiento de cada una de las obras, podrá decirse que, en el conjunto de las n construcciones realizadas, la pérdida total ha sido de $D + \delta$. Puesto que se ignora "a priori", cuál será la desafortunada estructura que sucumbirá, por tener todas ellas la misma probabilidad de accidente, se deduce que, a cada obra, corresponden unos daños virtuales iguales a $(D + \delta) : n$, es decir, unos perjuicios equivalentes al producto de la probabilidad de hundimiento por los daños causados, incluyendo entre éstos el costo de la propia estructura destruida.

En un criterio de amplia economía, el quebranto económico que virtualmente supone para la colectividad la posible ruina de una obra, viene representado, según el anterior razonamiento, por la esperanza matemática del hundimiento, o sea, por la cantidad:

$$\frac{1}{n} (D + \delta)$$

en donde $1/n$ representa la probabilidad anteriormente expresada por P .

Sumando a esta partida el coste δ de primer establecimiento, se deduce que, en un sentido económico general, el desembolso total realizado, es decir, el coste total que para la colectividad supone la construcción de la citada obra, es:

$$\Delta = \delta + P (D + \delta)$$

en donde el término $P (D + \delta)$ tiene el mismo significado, conceptual y cuantitativo, que una prima aseguradora de la cons-

trucción para cubrir los riesgos y pérdidas que se derivan de su posible, aunque improbable, hundimiento.

La solución más lógica corresponde, en consecuencia, a aquella en la cual el coste total Δ sea mínimo. De un modo más preciso, el anterior principio puede enunciarse diciendo que, en el campo de las infinitas soluciones que pueden imaginarse con sólo variar el coeficiente de seguridad de una misma estructura en proyecto, la solución lógica, por más económica, corresponde a aquella cuyo coste conjunto de la obra y de la prima aseguradora de los posibles daños que se pueden causar con su hundimiento, alcanza un valor mínimo.

Una vez establecido este principio, se deduce inmediatamente el proceso operatorio conducente a la determinación del coeficiente de seguridad. A tal efecto, se tantearán varios coeficientes arbitrariamente elegidos. A cada valor C_i corresponde un coste δ_i de primer establecimiento, una probabilidad P_i de hundimiento y, en definitiva, un coste total Δ_i de obra asegurada. Entre todos los tanteados, habrá uno, el C_{\min} , que conduzca a un valor mínimo Δ_{\min} de obra asegurada. El coeficiente C_{\min} así definido es el que, en definitiva, deberá adoptarse.

Conviene hacer la observación de que, bien mediante fórmulas aproximadas, como las propuestas por M. Marcel Prot, o bien mediante unas tablas dispuestas al efecto, puede reducirse y simplificarse la tarea de deducir el coste δ_i de primer establecimiento para los distintos coeficientes de seguridad. Una vez normalizado el procedimiento, el trabajo preciso para deducir el apropiado valor del coeficiente C , puede reducirse a unas pocas y sencillas sumas y multiplicaciones.

La valoración de los perjuicios D ocasionados por el posible hundimiento, puede realizarse siguiendo el criterio mantenido por el profesor H. Jones en la Memoria que, bajo el título "Road Accidents", presentó al Ministerio Británico de Transportes en 1946. La falta de visibilidad en curvas y cambios de rasante son causa de desgraciados accidentes de fatales consecuencias. Todo incremento de visibilidad supone un mayor o menor aumento de coste en el trazado. La realización de las oportunas explanaciones, debe así depender, tanto de la relación entre coste e incremento de visibilidad, como de la densidad del tráfico, del número de accidentes que con tales medidas se pretende eliminar, y, en definitiva, del valor otorgado a las vidas humanas puestas en peligro.

El patente paralelismo existente entre este problema y el desarrollado en páginas anteriores, hace que parezca lógico aplicar a este último las conclusiones obtenidas para el primero.

capítulo III composición de variables

Se sabe que a cada sistema de cargas que solicita una estructura, corresponde siempre un determinado reparto de esfuerzos, en cada una de las diversas secciones de los diferentes elementos que la componen. Si en una sección el esfuerzo máximo es inferior al de agotamiento del material, no se producirá la rotura en ninguna de sus fibras.

El campo de aplicación de este estudio se ha limitado al caso más frecuente de que el hundimiento de la obra se deba al hecho de que la tensión máxima resultante supere a la resistencia del material. Este aumento de las tensiones reales puede producirse por la intervención simultánea de una desgraciada combinación de factores, en cierto modo imprevisible.

Estos factores se derivan de un conjunto de fenómenos fortuitos y no responden a otra ley que la del azar. Uno de ellos es la presencia de una sobrecarga excesiva, capaz por sí misma, bien de destruir la obra, bien de contribuir a su hundimiento.

Otros factores que pueden ser el origen de la ruina de una obra, perfectamente calculada, son: la existencia de un defecto grave en el material (coqueras en el hormigón, burbujas o sopladuras en el acero, etc.) o en la propia ejecución de la obra (colocación defectuosa de los elementos, mala disposición de las armaduras, dosificación inadecuada del hormigón, etc.).

Por otra parte, el cálculo realizado puede no corresponder a la realidad, bien sea por ignorancia de las leyes que regulan el comportamiento real de la estructura, bien porque la compli-

cación resultante de la aplicación de estas leyes sea demasiado grande y haga imposible su desarrollo.

Por último, el proceso de cálculo, en sí mismo, está expuesto, como toda obra humana, a errores o defectos, tanto más susceptibles de surgir y de pasar desapercibidos, cuanto mayor sea la complicación del cálculo.

En definitiva, las diferentes variables que intervienen en el fenómeno pueden ser clasificadas en cinco grupos:

- 1.º Diferencias entre las sobrecargas reales y las previstas (variable x).
- 2.º Falta de verosimilitud de las bases teóricas de cálculo (variable y).
- 3.º Errores numéricos en el cálculo (variable z).
- 4.º Insuficiencia de resistencia de los materiales (variable u).
- 5.º Defectos de ejecución (variable t).

Cada una de estas variables aleatorias debe ser representada como una función estadística deducida de las experiencias realizadas.

Con el fin de simplificar todo lo posible las operaciones ulteriores, conviene dar a estas variables la forma de coeficientes de corrección.

Si fuera posible conocer la realidad de los hechos, se podrían calcular los errores unitarios cometidos en cada uno de los cinco grupos enumerados. Según esta hipótesis, se sabría que, en el transcurso del período de servicio de la obra, el valor máximo de la sobrecarga sería q y que el esfuerzo producido por q en una sección determinada sería F_v .

Sea q' el valor de la sobrecarga máxima admitida en el proyecto y F_c el esfuerzo calculado, correspondiente a q' . La sollicitación F_c , así como el esfuerzo real F_v , diferirán, a su vez, del esfuerzo F_R , necesario para romper una fibra de la sección considerada. En general, las tres sollicitaciones F_v , F_R y F_c , serán distintas, siendo

$$F_v < F_R \quad [1]$$

la condición necesaria para que no se rompa ninguna fibra.

A la relación:

$$C_v = \frac{F_R}{F_v} \quad [2]$$

se le da el nombre de coeficiente de seguridad real, y al cociente

$$C' = \frac{F_r}{F_e} \quad [3]$$

el de coeficiente de seguridad previsto. En esta expresión, F_r representa el esfuerzo máximo que, actuando sobre la sección, podría ser soportado por ésta, si los materiales empleados tuvieran las mismas características y las mismas propiedades que se han supuesto en el cálculo. En general, F_r será diferente de F_R .

De acuerdo con estos principios, si q representa el mayor tren real de cargas, o el máximo sistema de fuerzas aplicado exteriormente a la pieza y q' es la sobrecarga admitida en el proyecto, el error relativo, suponiendo que se conoce la realidad, será

$$\epsilon_x = \frac{q - q'}{q'}$$

positivo o negativo, según que el criterio establecido sea insuficiente o excesivamente conservador.

En consecuencia, para corregir los resultados teóricos, será necesario comenzar por aplicar, por esta única razón, un coeficiente de corrección

$$x = 1 + \epsilon_x = \frac{q}{q'} \quad [4]$$

que, aplicado a la sobrecarga admitida como probable, dé como producto el valor real de los esfuerzos que actúan sobre la pieza, o sobre la estructura, que se considera.

Las divergencias naturales entre el comportamiento real de la obra y su comportamiento teórico hacen que, aun partiendo de un mismo sistema final de fuerzas exteriores q' , los esfuerzos F_v , deducidos por el cálculo para una determinada sección de la pieza que se estudia, difieran de los F_v que se producirán realmente bajo la misma sobrecarga q' . Para que el primero se identifique con el resultado real, es necesario aplicar un segundo coeficiente de corrección:

$$y = \frac{F_v}{F'_v} \quad [5]$$

Análogamente, las equivocaciones en los cálculos son la cau-

sa de nuevos errores que, para ser eliminados, exigen la introducción de un tercer coeficiente:

$$z = \frac{F_z}{F'_z} \quad [6]$$

Por consiguiente, si F_c es la sollicitación propia de una pieza, deducida por el cálculo siguiendo un determinado proceso numérico, basado sobre ciertas sobrecargas e hipótesis simplificadoras, la sollicitación que se debería hacer intervenir en el cálculo, para obtener resultados concordantes con la realidad, sería:

$$F_r = x y z F_c \quad [7]$$

Igualmente, si F_r es la sollicitación de rotura asignada a los materiales y F_R su verdadera sollicitación límite, se puede escribir:

$$F_R = \frac{F_r}{u \cdot t} \quad [8]$$

donde:

u y t son los dos factores de corrección que hay que hacer intervenir; el primero, para compensar las divergencias entre las características mecánicas reales de los materiales y las que les han sido asignadas en el cálculo, y el segundo, para contrarrestar las anomalías o defectos introducidos al construir la obra. Dividiendo [8] por [7], se obtiene:

$$\frac{F_R}{F_r} = \frac{F_r}{u \cdot t \cdot x \cdot y \cdot z \cdot F_c} \quad [9]$$

Teniendo en cuenta las igualdades [2] y [3], la expresión [9] se transforma en

$$C_r = \frac{C'}{x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u} \quad [10]$$

que escrita de la forma siguiente:

$$\frac{C'}{C_r} = x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u = C \quad [11]$$

sugiere un concepto más amplio y riguroso del significado de estos factores de corrección, en el sentido de que cada uno de estos factores representa la relación entre el coeficiente de seguridad previsto y el real, correspondiente a una cualquiera de las cinco variables básicas, cuando las otras se satisfacen de un modo completo y perfecto, es decir, cuando los otros cuatro coeficientes son iguales a la unidad.

En cuanto al producto

$$C = x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u \quad [12]$$

su significado es inmediato, toda vez que representa la relación entre los coeficientes C' y C , cuando intervienen conjuntamente todas las causas de error.

Dado que la condición de permanencia, o de no rotura, de la obra se expresa por la desigualdad

$$C_v > 1 \quad [13]$$

se deduce que el valor del coeficiente de seguridad adoptado debe ser:

$$C' > C \quad [14]$$

Como es lógico, los valores de los cinco factores de corrección son esencialmente desconocidos. Sin embargo, con la ayuda de una estadística adecuada, se puede asignar, a cada fluctuación de estos factores entre dos límites establecidos arbitrariamente, una determinada probabilidad de ocurrencia.

Este concepto, que confiere a los factores de corrección el carácter, no de un número más o menos seguro, sino de una función de probabilidad, plantea el problema del establecimiento de un criterio matemático, con la ayuda del cual se puedan desarrollar las operaciones que es necesario realizar con estas variables aleatorias.

Es decir, si $X(x)$ e $Y(y)$ son dos funciones de probabilidad, se hace necesario establecer un procedimiento operatorio, mediante el cual se pueda obtener la ley de probabilidad de una nueva variable w , ligada a las variables anteriores por la relación:

$$w = f(x, y) \quad [15]$$

...the ... of ...

...

...

...the ... of ...

...

...the ... of ...

...

...the ... of ...

...the ... of ...

...the ... of ...

...

...

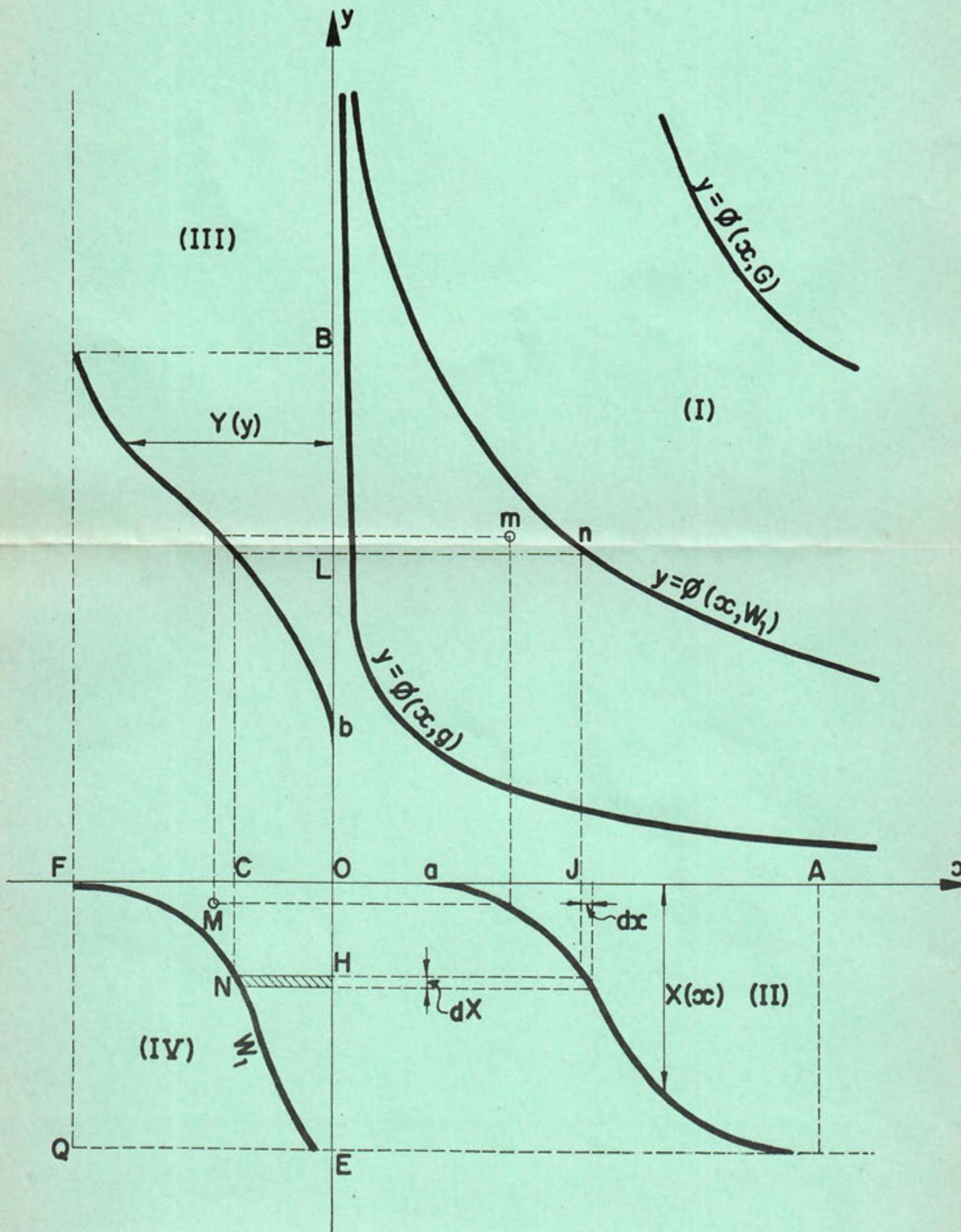


Fig. 1

o. lo que es lo mismo, por medio de la ecuación:

$$y = \varnothing (x, w) \quad [16]$$

A tal efecto (V. F. 1), consideremos un sistema de ejes cartesianos rectangulares.

Tomando como origen de coordenadas el punto O, se puede representar, en el primer cuadrante, la función:

$$y = \varnothing (x, w_1) \quad [17]$$

que liga la variable x a la y por medio de la función \varnothing , que debe ser uniforme para los diferentes valores w_1 que la variable w puede tomar.

Suponiendo que la variable x varía entre un límite inferior $x = a$ y un límite superior $x = A$ y que, igualmente, la variable y esté comprendida entre dos límites $b < y < B$, se pueden dibujar, en los cuadrantes II y III, las funciones $X(x)$, $Y(y)$ representativas, respectivamente, de la probabilidad de que x alcance un valor comprendido entre a y x , y de que y tome un valor comprendido entre b e y .

Dado que, cuando es $x_2 > x_1$, la probabilidad de que ocurra $x_2 > x > a$, es siempre mayor que la de que ocurra $x_1 > x > a$; y que

$$dX = X'(x) dx \quad [18]$$

tiene siempre una solución, y sólo una, en todo el intervalo comprendido entre a y A , la función $X = X(x)$ es, no solamente monótona, sino también continua, lo mismo que su primera derivada, en este intervalo. Otro tanto se puede decir de la función análoga $Y = Y(y)$, en el intervalo de b a B .

Según lo expuesto anteriormente, a todo valor \overline{OJ} arbitrario de x , corresponderá siempre un solo valor \overline{OH} de la función $X(x)$.

Por otra parte, en virtud de la hipótesis admitida sobre la uniformidad de la función $y = \varnothing(x, w_1)$, a todo valor \overline{OJ} de x , corresponderá también un solo valor \overline{OL} de y , tal que:

$$y = \varnothing(x, w_1)$$

y, por consiguiente, un valor:

$$\overline{OC} = Y(y)_{y=\varnothing} = \Phi(x, w_1) \quad [19]$$

que, junto con \overline{OH} , define el punto N en el cuadrante IV, estableciendo así una correspondencia unívoca entre cada uno de los puntos n de la curva $y = \varnothing(x, w_1)$ y cada uno de los puntos N de la curva W_1 .

En virtud de la propiedad común a las funciones X e Y de ser monótonas en todo el intervalo considerado, todo punto genérico m del sistema I, situado entre la curva $y = \varnothing(x, w_1)$ y los ejes coordenados, tendrá siempre un punto recíproco M y solamente uno, en el sistema IV, entre la curva W_1 y los ejes \overline{OE} y \overline{OF} .

Como el sistema N se ha construido refiriendo a los ejes coordenados \overline{OE} y \overline{OF} las probabilidades de ocurrencia de ciertos fenómenos, este sistema corresponderá a un campo de igual probabilidad; por consiguiente, la probabilidad de que un punto genérico M esté situado en la zona comprendida entre la curva W_1 y los ejes \overline{OE} y \overline{OF} se expresará por la relación entre las áreas:

$$\frac{\text{área } OE W_1 FO}{\text{área } OE QFO}$$

Como quiera que la magnitud de las variables x e y ha de estar siempre comprendida entre los límites extremos a y A , b y B , respectivamente, la probabilidad de que se verifiquen las desigualdades

$$A > x > a \quad B > y > b \quad [20]$$

será, sin duda alguna, la certeza; es decir, que se tendrá:

$$X(A) = Y(B) = \overline{OE} = \overline{OF} = 1 \quad [21]$$

y

$$\text{área } OE QFO = 1 \quad [22]$$

es decir, que la probabilidad de que el punto M esté en el inte-

rior del perímetro $O E W_1 F O$, será el valor del área limitada por este perímetro, que, según la igualdad [19], es:

$$\text{área } O E W_1 F O = \int_a^A \Phi(x, w_1) dX \quad [23]$$

Como la función $y = \mathcal{Z}(x, w_1)$ es, por hipótesis, una función uniforme para todos los valores paramétricos que puede adoptar w , los valores extremos g y G de este parámetro se obtendrán mediante dos de las cuatro combinaciones a las cuales pueden dar lugar los cuatro límites de las dos variables aleatorias x e y (a, A, b, B).

Sea, por ejemplo, g el valor extremo que puede adoptar w cuando x alcanza su valor mínimo a y sea, análogamente, G el límite extremo del parámetro w , cuando x llega a su valor máximo A .

En estas condiciones, las funciones $y = \mathcal{O}(x, g)$ e $y = \mathcal{O}(x, G)$ del primer cuadrante, representarán los límites de los posibles valores de w .

Dada la correspondencia unívoca entre los puntos M del sistema IV y los puntos m del sistema I, la probabilidad de que el punto m esté comprendido en la zona limitada por las curvas representativas de las funciones $\mathcal{O}(x, w_1)$ y $\mathcal{Z}(x, g)$, y compatible con los dominios de fluctuación de las variables x e y , es decir, la probabilidad de que la variable w esté limitada por los valores g y w_1 , será la misma que la de que el punto M esté situado entre W_1 y los ejes \overline{OE} y \overline{OF} .

Por consiguiente, la probabilidad W de que la variable w esté limitada por el valor g y el valor particular w_1 , será:

$$W = W(w_1) = \int_a^A \Phi(x, w_1) dX \quad [24]$$

Igualmente, para un valor genérico w de w_1 :

$$W = W(w) = \int_a^A \Phi(x, w) dX \quad [25]$$

Y, finalmente, diferenciando bajo el signo integral, se obtiene la probabilidad de que la variable w esté comprendida entre un valor genérico w y un valor $w + dw$, que será:

$$dW = dw \int_a^A \frac{\partial \Phi}{\partial w} dX \quad [26]$$

Derivando respecto a w , la función [19] se transforma en:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial w} = \frac{\partial \varnothing}{\partial w} \cdot \frac{dY}{d\varnothing} = \frac{\partial \varnothing}{\partial w} \left(\frac{dY}{dy} \right)_{y=\varnothing(x, w)} \quad [27]$$

Introduciendo esta expresión en la ecuación [26], resulta finalmente:

$$dW = dw \int_a^A \frac{\partial \varnothing}{\partial w} dX \left(\frac{dY}{dy} \right)_{y=\varnothing(x, w)} \quad [28]$$

En el caso particular al que se refiere este estudio, las variables w , x , y están ligadas entre sí por la relación $w = x \cdot y$; es decir, que

$$y = \varnothing(x, w) = \frac{w}{x} \quad [29]$$

de donde se deduce

$$\frac{\partial \varnothing}{\partial w} = \frac{1}{x} \quad [30]$$

Por otra parte, el carácter fortuito de los coeficientes de corrección x e y obliga a extender el dominio de fluctuación de estas variables a todo el campo real positivo. Por consiguiente:

$$0 < x < \infty \quad ,, \quad 0 < y < \infty$$

condiciones que, teniendo en cuenta la ecuación [30], transforman la igualdad [28] en la expresión

$$dW = \int_0^\infty \frac{dX}{x} \left(\frac{dY}{dy} \right)_{y=w/x} \quad [31]$$

que, como la [28], expresa la probabilidad de que la variable $w = x \cdot y$ esté comprendida entre w y $w + dw$.

Para no alterar el verdadero carácter de las distribuciones experimentales, con simplificaciones adicionales que podrían disminuir su precisión, se hace necesario poder operar con las

funciones $X(x)$, $Y(y)$,... directamente deducidas de la experimentación, sin tener que recurrir a las leyes gaussianas análogas. Ello obliga a desarrollar este método según procedimientos gráficos.

Para esto basta dibujar, a una escala conveniente, las funciones $X(x)$, $Y(y)$, así como la red de hipérbolas

$$y = \frac{w_i}{x}$$

representativas de la condición de dependencia impuesta a las variables $w = x \cdot y$.

Según el método indicado en la figura 1, a cada valor particular w_1 corresponderá una curva W_1 , en el cuadrante IV, que delimitará un perímetro $O E W_1 F O$, cuya área

$$\Omega_1 = \int_0^{w_1} dw = W(w_1)$$

define la ordenada $W_1 = W(w_1)$ correspondiente a la abscisa w_1 . Repitiendo este proceso tantas veces como se estime necesario se puede dibujar, por puntos, la función $W = W(w)$. Una vez hallada la función $W = W(w)$, representativa de la probabilidad de la variable $w = x \cdot y$, de estar comprendida entre un valor 0 y otro valor genérico w , se puede determinar la nueva distribución $W' = W'(w')$ de la variable auxiliar w' :

$$w' = w \cdot z$$

así como las funciones de probabilidad $W'' = W''(w'')$; $P = P(C)$ correspondientes a las variables:

$$w'' = w' \cdot u$$

$$C = w'' \cdot t = x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u$$

Puesto que, según la ecuación [14], la probabilidad de no hundimiento está condicionada por la desigualdad $C' > C$, se deduce que la probabilidad P_h de hundimiento de una estructura, calculada con un coeficiente de seguridad C' , es:

$$P_h = 1 - \int_0^{C'} dP = 1 - P(C')$$

toda vez que:

$$P(0) = 0$$

De esta forma queda resuelto, de un modo relativamente sencillo, el problema que se tenía planteado.

Debe hacerse notar que el objeto de este estudio no era establecer un nuevo teorema matemático destinado a resolver, de una forma académica, el problema general de la composición de variables de probabilidad. Lo que se buscaba era únicamente un método práctico para obtener, de forma suficientemente precisa y general, la ley de distribución del producto

$$C = x \cdot y \cdot z \cdot t \cdot u$$

o, lo que es lo mismo, la probabilidad de hundimiento de una obra

$$P_h = 1 - P(C) \quad [32]$$

en función de su coeficiente de seguridad C' .

Como fácilmente se comprende, la función P_h no es única, sino que varía según las condiciones de vigilancia de la obra, el tipo de sobrecarga que actúa sobre la estructura, el rigor de los cálculos desarrollados, o la clase de los materiales empleados. En resumen, varía con las diversas circunstancias que modifican las distribuciones individuales, correspondientes a las cinco variables enumeradas.

capítulo IV datos estadísticos utilizados

Para el desarrollo y aplicación práctica de los principios y de la teoría expuesta, es necesario establecer, partiendo de los datos estadísticos existentes, y ateniéndose lo más posible a la realidad, las funciones individuales de probabilidad correspondientes a los cinco grupos de variables anteriormente citados. Una de las dificultades con que para ello se tropieza consiste en la fuerte interferencia y estrecha conexión entre las distintas variables. Esta dependencia mutua hace que los resultados experimentales permitan, rara vez, establecer directamente una distribución determinada. Frecuentemente, estos resultados aparecen perturbados por fenómenos extraños, bien porque sea imposible eliminarlos, bien porque los datos publicados no sean todo lo adecuados que sería de desear para el objeto fundamental de este estudio.

Una de las distribuciones que puede ser determinada directamente es la que se refiere a los errores numéricos que se filtran en el cálculo. Partiendo de una revisión meticulosa de las operaciones realizadas para el cálculo de los esfuerzos y de las tensiones de 116 elementos diferentes (obras industriales, edificios, puentes y tribunas), se ha podido trazar la ley de probabilidad $Z = Z(z)$ de estos errores numéricos que, como consecuencia de su carácter fortuito y de la ausencia de errores sistemáticos, presenta una forma netamente gaussiana, con su valor más probable para $z = 1$.

Las leyes de probabilidad $U(u)$, correspondientes a los coeficientes de corrección u de las resistencias de los hormigones y de los aceros, han sido determinadas partiendo de la extensa

serie de ensayos realizados sobre estos materiales por el Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, de Paris, durante el período 1935-1947. Del mismo modo que en el caso anterior, la experimentación permite, directamente, dibujar las leyes estadísticas, es decir, la concentración de los resultados, alrededor del valor medio de las diferentes series ensayadas.

No ocurre lo mismo en la determinación de la ley de probabilidad $Y(y)$ representativa de los errores o falta de precisión de las hipótesis de cálculo. Un cálculo perfectamente ideal es el que reproduce, con absoluta fidelidad, las deformaciones y las tensiones que realmente se producirían en una obra construida con materiales cuyas características fuesen exactamente idénticas a las que han sido adoptadas en el cálculo como datos de partida.

Ahora bien, toda obra presenta ciertas divergencias respecto a las dimensiones estipuladas y, en numerosos casos, importantes defectos de construcción que alteran su comportamiento. Únicamente los modelos a escala, reducida o natural, construidos en un laboratorio, bajo estrecha vigilancia, podrían servir de punto de comparación.

Aun así, es necesario hacer algunas correcciones. Si se miden deformaciones o flechas, los resultados pueden estar afectados por la falta de concordancia entre los módulos supuestos, de elasticidad y de deformación, y los que posee realmente el material. Si se estudian las cargas de rotura, sus naturales dispersiones y su heterogeneidad pueden falsear la comparación con el cálculo.

Para tratar de eliminar todos estos fenómenos perturbadores, en el presente estudio se han corregido, por los métodos matemáticos explicados en el capítulo anterior, las leyes de variabilidad de los módulos indicados y de las resistencias anteriormente determinadas, estableciendo que la ley $Y(y)$ que se desea obtener, es una función estadística tal, que la ley compuesta $Y_1(y_1)$, en la que $y_1 = y \cdot m$, coincide con la función de probabilidad dada por la experimentación, cuando la distribución $M(m)$, representa la ley de variación de los módulos de elasticidad, o de las resistencias.

Estas funciones de probabilidad $Y_1(y_1)$ han sido determinadas basándose en los resultados obtenidos en los ensayos realizados sobre vigas rectas, placas y puentes, por la "Engineering Experiment Station" de la Universidad de Illinois; en las pruebas realizadas sobre el puente de Djedeida; en los ensayos sobre modelo, del Frontón Recoletos de Madrid, y en la experimentación efectuada sobre determinadas obras, en Sui-

za, por el Eidgenossische Material Prüfungs- und Versuchsanstalt für Industrie und Bauwesen, de Zurich.

Pero es en la determinación de la distribución $T(t)$ de los coeficientes de corrección por los defectos introducidos durante la construcción de la obra cuando se presentan las mayores dificultades. En este caso es necesario descomponer la variable t en dos factores t_2 y t_3 , de los cuales uno, el t_2 , representa los errores de replanteo, de colocación de las armaduras, de uniones defectuosas, etc. (es decir, errores que no afectan la resistencia intrínseca del material); y el otro, el t_3 , expresa la posibilidad de un defecto que sí afecta dicha resistencia, por ejemplo, un amasado o dosificación defectuosos del hormigón.

Para determinar el primero de estos factores se ha recurrido a la experimentación realizada sobre diversas obras y puentes suizos por el Laboratorio Federal de dicho país, eliminando, mediante los métodos matemáticos de composición de variables anteriormente descritos, las causas de error debidas a las posibles imperfecciones del cálculo desarrollado y a las diferencias entre los módulos de elasticidad reales y supuestos.

El segundo factor se ha determinado basándose en los resultados de las experiencias realizadas por A. R. Collins y publicados en el número 3 de la Revista "Road Research", y en las referencias suministradas por M. Billiard, del Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, sobre los resultados de los ensayos efectuados en obras controladas por el Bureau Securitas, en los años 1947 y 1948.

Estas referencias permiten determinar la importancia estadística de los defectos de ejecución en las obras muy vigiladas, normalmente vigiladas y poco vigiladas, por medio de las oportunas combinaciones entre las leyes parciales de distribución.

Finalmente, la ley de probabilidad correspondiente a la variación de las sobrecargas se ha determinado con base en los datos publicados por M. A. Freudenthal, y en el examen comparativo de los criterios adoptados, en las Instrucciones de diversos países, para fijar las sobrecargas máximas admisibles.

capítulo V

**distribución de coeficientes de seguridad
en piezas de hormigón armado**

Como ya se ha indicado en los capítulos anteriores, el coeficiente de seguridad total C de la pieza, es susceptible de quedar descompuesto en dos factores:

$$C = C_m \cdot C_M \quad |1|$$

El primero representa el producto $u \cdot t_3$ de los coeficientes de seguridad parciales, o coeficientes de corrección necesarios para prever toda posible reducción en la resistencia del material por la dispersión natural de sus características resistentes, y por las deficiencias en la ejecución de la obra (dosificación, amasado, compactación, hormigonado en tiempo frío o caluroso, etc.). El segundo expresa el producto

$$C_M = x \cdot y \cdot z \cdot t_2 \quad |2|$$

de los coeficientes estocásticos de corrección, por aumento o variación de las sobrecargas exteriores, errores por falta de concordancia entre la realidad y las hipótesis admitidas, errores numéricos deslizados en el desarrollo de las operaciones algebraicas o aritméticas, y divergencias en el replanteo o funcionamiento de los distintos elementos que componen la estructura.

El primero de los dos coeficientes, el C_m , divide las resistencias. El segundo multiplica los esfuerzos. Según este criterio, al proyectar una sección con un material de resistencia R bajo la acción de un momento flector M , se fijarán las dimensiones

de tal modo que, bajo la acción de un momento $C_M M$, la tensión máxima resultante sea igual a:

$$\frac{R}{C_m}$$

Por otra parte, según se sabe, este valor de C , íntimamente ligado a la probabilidad de hundimiento, viene expresado por el producto de los seis factores de corrección citados anteriormente:

$$C = x \cdot y \cdot z \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot u \quad [3]$$

factores que no representan unos valores medios, sino que constituyen las seis variables de otras tantas leyes de probabilidad. Así, por ejemplo, para cada valor arbitrario de x se obtiene la probabilidad $X(x)$ de que las sobrecargas reales no sean x veces superiores a las previstas.

Estas leyes de probabilidad $X(x)$, $Y(y)$, ... $U(u)$ no son únicas, sino que adoptan diversos valores paramétricos, según varíen las condiciones impuestas. Para cada tipo de estructura (rectilínea o curva), para cada tipo de sobrecarga (viviendas, puentes, locales públicos), para cada relación entre carga permanente y sobrecarga, las funciones de distribución citadas ven modificadas sus constantes características. Fijando unas determinadas condiciones y componiendo estadísticamente las funciones de distribución $X(x)$, $Y(y)$, ... $U(u)$, propias del caso considerado, se obtiene una relación entre el coeficiente de seguridad total

$$C = x \cdot y \cdot z \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot u \quad [4]$$

y la probabilidad de hundimiento:

$$P(C) = X \cdot Y \cdot Z \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot U \quad [5]$$

Dicho de otro modo, a cada probabilidad de hundimiento P_1 , corresponde siempre un coeficiente de seguridad total:

$$C_1 = C(P_1)$$

Si ahora se admite la hipótesis de que se posee el conocimiento perfecto del comportamiento del material empleado en la obra, desaparece toda incertidumbre en lo que a los coeficientes de corrección u y t_3 se refiere. Estos se hacen iguales a la

unidad, y el coeficiente de seguridad ahora necesario

$$C'_M = x \cdot y \cdot z \cdot t_2 \quad [6]$$

correspondiente a la misma probabilidad P_1 de hundimiento

$$P_1 = F'(C_{M1}) = X \cdot Y \cdot Z \cdot T_2 = P(C_1) \quad [7]$$

se hace más pequeño al eliminar una fuente de indeterminación. La identidad de probabilidades de hundimiento en uno y otro caso determina una relación entre los valores C_{M1} y C_1 , valores que aparecen ligados entre sí por las dos funciones paramétricas:

$$\begin{aligned} C_{M1} &= C_M (P_1) \\ C_1 &= C (P_1) \end{aligned} \quad [8]$$

Variando tanto el valor de la probabilidad de hundimiento P_1 como las funciones $X(x)$, $Y(y)$, ... $U(u)$, en correspondencia con los distintos casos posibles de estructuras rectas o curvas de hormigón, sobrecargas en puentes, viviendas, etc., se ha encontrado, para diversos valores de P , la siguiente correlación entre $C = C_b C_M$ y $C_a C_M$:

Valores de C	Valores de $C_a C_M$
2	1,65 ± 0,01
2,4	1,82 ± 0,02
2,8	1,97 ± 0,04
3	2,03 ± 0,03
3,2	2,09 ± 0,03

prácticamente independiente de los diferentes tipos de estructura y sobrecarga; y que permite, de un modo suficientemente aproximado, establecer la relación

$$C_M C_a = \frac{C_b C_M}{3} + 1 \quad [9]$$

que liga el valor del coeficiente de seguridad total, en obras de hormigón, con el coeficiente de seguridad parcial C_M que multiplica las sobrecargas.

El coeficiente de seguridad parcial C_b que divide la resistencia del hormigón, se deduce ahora de un modo inmediato, puesto

que, debiendo mantenerse el producto $C = C_M C_b$, el valor de este último es:

$$C_b = \frac{C}{C_M}$$

En los casos más corrientes de obras de hormigón armado, este coeficiente oscila alrededor del valor 1,6, manteniéndose con débiles variaciones. Basándose en esta circunstancia, el C.E.B. adopta, como solución más simplificada, la de suponer este coeficiente constante, con lo que:

$$C_M = \frac{C}{1,6} \quad \text{y} \quad C_b = 1,6$$

Aceptando una tolerancia del 5 %, y siguiendo un proceso análogo de cálculo, se comprueba la práctica coincidencia del coeficiente de seguridad total referente al límite elástico de las armaduras y el valor $1,2 C_M$. Dividiendo el límite elástico de las armaduras, por el valor $C_a = 1,2$, se puede aplicar el coeficiente C_M como factor multiplicador de cargas, sin alterar la correlación entre los coeficientes correspondientes al acero y al hormigón.

En consecuencia, el método que parece más racional para determinar las dimensiones que debe poseer una sección de hormigón armado, consiste en multiplicar los esfuerzos exteriores que sobre ella actúan por el coeficiente de seguridad parcial C_M y hacer que, bajo la sollicitación resultante de este producto, la armadura trabaje a la tensión de relajamiento dividida por C_a y el hormigón a una carga no superior a la de rotura dividida por C_b .

anejo de cálculo

	Pág.
ESFUERZOS NORMALES Y DE FLEXION	
Observaciones previas importantes	295
Secciones rectangulares, en T y circulares. Fórmulas de cálculo	
Armadura U de acero ordinario:	
Sección rectangular:	
— Flexión simple sin armadura de compresión:	
Dimensionamiento	299
Comprobación	300
— Flexión simple con armadura de compresión:	
Dimensionamiento	301
Comprobación	303
— Compresión simple	304
— Comprobación de borde	304
— Flexión compuesta con fuerza \bar{N} de tracción o de compresión, y compresión compuesta:	
Dimensionamiento	305
Comprobación	308
— Flexión compuesta con fuerza \bar{N} de tracción ($\bar{N} < 0$), actuando entre las dos armaduras ($\bar{h}' \geq e \geq 0$)	310
Sección en T:	
— Definiciones	311
— Comprobación de borde	311
— Flexión simple o compuesta, con fuerza \bar{N} actuando fuera del canto útil:	
Dimensionamiento	312
Comprobación	314
— Flexión o compresión compuestas, con fuerza \bar{N} de compresión ($\bar{N} > 0$) actuando dentro del canto útil:	
Dimensionamiento	316
Comprobación	318
— Flexión compuesta con fuerza \bar{N} de tracción ($\bar{N} < 0$) actuando entre las dos armaduras ($\bar{h}' \geq e \geq 0$)	319
— Secciones en T normales, en flexión simple.....	320
Sección circular	323

	Pág.
Armadura U de acero estirado en frío	324
Secciones de forma cualquiera, Método gráfico:	
Armadura U de acero ordinario:	
Generalidades	329
Práctica del método:	
— Flexión simple	336
— Flexión y compresión compuestas	338
— Comprobación de borde	342
Armadura U de acero estirado en frío	343

ESFUERZOS CORTANTES

Observaciones previas importantes	347
Sección rectangular	347
Sección en T	348
Sección circular	349
Sección de forma cualquiera	349

CUADROS

Cuadro 1.—Capacidades mecánicas	353
Cuadro 2.—Comprobación de fisuración. Ambientes protegidos.....	354
Cuadro 3.—Comprobación de fisuración. Intemperie	355
Cuadro 4.—Comprobación de fisuración. Ambientes corrosivos....	356
Cuadro 5.—Esfuerzo cortante. Factor de eficacia	357
Cuadro 6.—Esfuerzo cortante. Cercos verticales	359

esfuerzos normales y de flexión

observaciones previas importantes

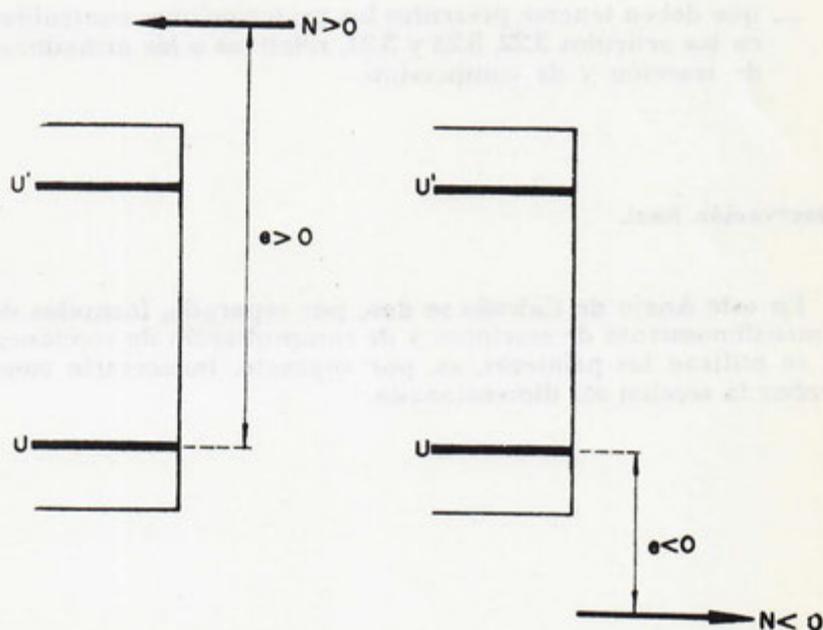
Se considera N como positiva si es compresión, y como negativa si es tracción.

Dada una sección sometida a una fuerza N , se designará por U la armadura más alejada del borde más comprimido, y por U' , la otra. Con esto quedan definidas las magnitudes h y e . En cuanto al signo de e , será positivo si la fuerza N y el borde más comprimido caen al mismo lado de U ; y será negativo si caen a lado distinto.

Con estas convenciones (V. F.) el producto $N \cdot e$ siempre será positivo*.

En caso de flexión simple, se supone que el momento M es positivo.

Puede ocurrir que, por ser la fuerza $N > 0$ y actuar relativamente centrada en la sección, no se sepa de antemano cuál sea el borde más comprimido. En tal caso, se adoptará como tal



* Se exceptúa el caso de fuerza de tracción ($N < 0$) actuando entre las dos armaduras. En este caso, ningún borde está comprimido y, por tanto, no es aplicable el criterio establecido para designar U y U' , con lo que no están definidos h ni e . Lo que debe hacerse es designar por U una cualquiera de las armaduras, y por U' la otra, resultando entonces $h' \geq e \geq 0$ y $N \cdot e \leq 0$.

Este caso se trata por separado en el cuerpo de fórmulas de este Anejo.

cualquiera de ellos, a reserva de comprobar, en el momento oportuno, que la elección ha sido acertada. Esta *comprobación de borde*, que se incluye más adelante, al tratar de cada tipo de sección, no siempre resulta necesaria, por lo que, en el cuerpo de fórmulas del Anejo, se avisa en cada uno de los casos en que es imprescindible hacerla.

Por último, es importante recordar:

- que, cuando la armadura U es de acero ordinario, no deben considerarse en el cálculo resistencias minoradas del acero A mayores de 3.750 kg/cm^2
- que en el caso de piezas hormigonadas verticalmente, la resistencia minorada del hormigón R se disminuirá en un 10 %.
- que deben tenerse presentes las prescripciones contenidas en los artículos 3.22, 3.23 y 3.24, relativas a las armaduras de tracción y de compresión.

Observación final.

En este Anejo de Cálculo se dan, por separado, fórmulas de dimensionamiento de secciones y de comprobación de secciones. Si se utilizan las primeras, es, por supuesto, innecesario comprobar la sección así dimensionada.

**secciones rectangulares, en T
y circulares**
fórmulas de cálculo

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Flexión simple sin armadura de compresión.

DIMENSIONAMIENTO.

Armadura de tracción necesaria:

$$U = 0,97 \frac{\underline{M}}{h} \left(1 + \frac{\underline{M}}{Vh} \right) \leq 0,04 V \text{ con } \underline{M} \leq 0,375 Vh \quad [1]$$

Si fuese $\underline{M} > 0,375 Vh$, sería necesaria armadura de compresión.

$$\text{Caso particular: para } \underline{M} = 0,375 Vh \text{ resulta } U = 0,5 V. \quad [2]$$

Canto mínimo:

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{\underline{M}}{0,375 \underline{R} b}} \quad \text{cuando } b \text{ es dato} \quad [3]$$

$$h_{\min} = \sqrt[3]{\frac{\underline{M}}{0,375 \underline{R}} \left(\frac{h}{b} \right)} \quad \text{cuando } \frac{h}{b} \text{ es dato} \quad [4]$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO
SECCION RECTANGULAR

Flexión simple sin armadura de compresión.

COMPROBACIÓN.

Momento de agotamiento:

$$[5] \quad M^* = U \left(1 - \frac{U}{2V} \right) h \quad \text{con } U \geq 0,5 V$$

debiéndose verificar, además:

$$U \geq 0,04 V$$

$$[6] \quad \text{Caso particular: para } U \geq 0,5 V \text{ resulta } M^* = 0,375 Vh$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Flexión simple con armadura de compresión.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$, siendo U'_n el mayor de los dos valores siguientes:

$$0, \quad U'_n = \frac{\underline{M} - 0,375 Vh}{h'}$$

(Por tanto, si $\underline{M} < 0,375 Vh$, no es necesaria armadura de compresión.)

A) Si la armadura U' es dada:

$$U' \geq U'_n$$

$$U = 0,97 \frac{\underline{M} - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{M} - U'h'}{Vh} \right) + U' \leq 0,04 V \quad [7]$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{M}}{h'}$$

Caso particular: para $U' \geq \frac{\underline{M}}{h'}$ o sea, para $\underline{M} - U'h' \leq 0$, resulta

$$U = \frac{\underline{M}}{h'} \leq 0,04 V \quad [8]$$

Caso particular: para $U' = U'_n = U''_n$, resulta

$$U = 0,5 V + U' \quad [9]$$

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U''_n$.
Por tanto:

Si $\underline{M} < 0,375 Vh$, resulta

$$U' = 0 \quad ; \quad U = \text{fórmula [7]} = \text{fórmula [1]}$$

Si $\underline{M} \geq 0,375 Vh$, resulta:

$$[10] \quad U' = U''_n \quad ; \quad U = 0,5 V + U''_n$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO
SECCION RECTANGULAR

Flexión simple con armadura de compresión.

COMPROBACIÓN.

Momento de agotamiento:

$$M^* = (U - U') \left(1 - \frac{U - U'}{2 V} \right) h + U'h', \quad [11]$$

$$\text{con } \begin{cases} U' \geq U \\ U \geq 0,5 V + U' \end{cases}$$

debiéndose verificar, además,

$$U \geq 0,04 V$$

Caso particular: para $U' \geq U$ resulta

$$M^* = U'h' \quad \text{con} \quad U \geq 0,04 V \quad [12]$$

Caso particular: para $U \geq 0,5 V + U'$ o sea, para $\frac{U - U'}{2 V} \geq 0,25$ resulta

$$M^* = 0,375 Vh + U'h' \quad [13]$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Compresión simple.

$$[14] \quad \underline{N} \leq N^* = 0,75 V_t + U + U'$$

debiéndose verificar, además,

$$U \geq 0,05 \underline{N} \quad ; \quad U' \geq 0,05 \underline{N}$$

así como

$$e = e_b \text{ (V. fórmula 15)}$$

que es la condición para que la compresión sea simple, es decir, para que la fuerza actúe en el baricentro plástico de la sección.

Comprobación de borde.

Únicamente es necesaria esta comprobación en algunos casos de flexión o compresión compuestas, con $\underline{N} > 0$. En cada uno de estos casos, se advierte, en el lugar oportuno, la necesidad de esta comprobación, que consiste en averiguar si el borde elegido como más comprimido lo es o no efectivamente.

La elección inicialmente hecha de borde más comprimido será correcta si se verifica $e \geq e_b$, siendo:

$$\begin{aligned} e_b &= \frac{0,375 Vh (1 - \rho^2) + U'h'}{0,75 V_t + U + U'} \approx \\ &\approx \frac{0,375 Vh + U'h'}{0,75 V_t + U + U'} \end{aligned} \quad [15]$$

Si no se verifica $e \geq e_b$, el borde más comprimido es el opuesto al que se eligió inicialmente.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción o de compresión, y compresión compuesta.

Se excluye el caso de fuerza \underline{N} de tracción actuando entre las dos armaduras ($\underline{N} < 0$; $h' \geq e \geq 0$), del que se trata posteriormente (V. fórmulas 28 y 29).

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U''_n$, siendo U''_n el mayor de los tres valores siguientes:

$$0, \quad 0,05\underline{N}, \quad U''_n = \frac{\underline{N}e - 0,375 Vh}{h'}$$

A) Si la armadura U' es dada, hay que distinguir tres casos:

CASO I.	$\underline{N} - U' \geq 0,75 V$
---------	----------------------------------

$$\begin{aligned} U' &\geq U''_n \\ U &= \underline{N} - 0,75 V - U' \leq 0,05 \underline{N} \end{aligned} \quad [16]$$

En el caso en que fuera $U' > U''_n$, hay que hacer comprobación de borde (V. fórmula 15).

CASO II.	$0,75 V > \underline{N} - U' > 0,5 V$
----------	---------------------------------------

$$U' \geq U''_n$$

$$U \geq \begin{cases} 0,05 \underline{N} \\ 0,04 V \end{cases} \quad [17]$$

En el caso en que fuera $U' > U''_n$, hay que hacer comprobación de borde (V. fórmula 15).

CASO III.	$0,5V \geq \underline{N} - U'$
-----------	--------------------------------

Cuando sea $e \geq h - r'$ con $e \geq 0,75 h$, se está en este caso.
 $U' \geq U'_n$

$$[18] \quad U = 0,97 \frac{\underline{N}e - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{N}e - U'h'}{Vh} \right) + U' - \underline{N} < 0,04 \text{ V}$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{N}e}{h'}$$

Caso particular: para $U' \geq \frac{\underline{N}e}{h'}$ o sea, para $\underline{N}e - U'h' < 0$, resulta

$$[19] \quad U = \frac{\underline{N}(e - h')}{h'} < 0,04 \text{ V}$$

Caso particular: para $U' = U'_n = U''_n$, resulta

$$[20] \quad U = 0,5 \text{ V} + U' - \underline{N} < 0,04 \text{ V}$$

En este Caso III, si es $\underline{N} > 0$ y resulta $U < 0$ (prescindiendo de la condición $U < 0,04 \text{ V}$), hay que hacer comprobación de borde (V. fórmula 15).

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_n$.

C) Si se quiere que la sección esté simétricamente armada, debe hacerse:

si $\underline{N} \leq 0,5 \text{ V}$:

$$[21] \quad U = U' = \frac{\underline{N}}{h'} \left(e_0 + \frac{h'}{2} \right) - \frac{h}{h'} \underline{N} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\underline{N}}{V} \right) < \begin{cases} 0,04 \text{ V} \\ 0,05 \underline{N} \end{cases}$$

si $\underline{N} \geq 0,5 \text{ V}$:

$$[22] \quad U = U' = \frac{\underline{N}}{h'} \left(e_0 + \frac{h'}{2} \right) - \frac{h}{h'} \cdot 0,375 \text{ V}$$

habiendo referido e_0 al punto medio del canto total; es decir, siendo $e = e_0 + \frac{h'}{2}$.

Cuando no sea operante la limitación [22], puede suprimirse la limitación $\leq 0,05 \underline{N}$ en [21].

D) El canto total mínimo, con $\rho = \rho'$ y con la fuerza \underline{N} aplicada en el punto medio del canto total, es:

$$h_t = \frac{0,5 \underline{N} - U'}{0,75 \underline{R}b} + \sqrt{\left(\frac{0,5 \underline{N} - U'}{0,75 \underline{R}b} \right)^2 + \frac{\underline{M}_e}{0,375 \underline{R}b (1 - \rho)^2}} \quad [23]$$

siendo \underline{M}_e el momento pésimo exterior aplicado.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO
SECCION RECTANGULAR

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción o de compresión, y compresión compuesta.

Se excluye el caso de fuerza \underline{N} de tracción actuando entre las dos armaduras ($\underline{N} < 0$; $h' \geq e \geq 0$), del que se trata posteriormente (V. fórmulas 28 y 29).

COMPROBACIÓN.

Se considerará inicialmente como borde más comprimido el que realmente lo sea. Para ello, si es $\underline{N} > 0$, es de aplicación la fórmula [15].

La sección está en buenas condiciones cuando se cumplen las que en cada caso se expresan:

CASO I.	$\underline{N} + U - U' \leq 0$
---------	---------------------------------

$$U \geq 0,04 V$$

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U) h'$$

[24]

CASO II.	$0 \leq \frac{\underline{N} + U - U'}{V} \leq 0,5$
----------	--

$$U' \geq 0,05 \underline{N}$$

$$U \geq 0,04 V$$

[25]

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U - U') \left(1 - \frac{\underline{N} + U - U'}{2V} \right) h + U'h'$$

Caso III.	$\frac{\underline{N} + U - U'}{V} \geq 0,5$
-----------	---

$$U' \geq 0,05 \underline{N}$$

$$\underline{N}e \leq 0,375 Vh + U'h' \quad [26]$$

$$U \geq \underline{N} - U' - 0,75 V \quad [27]$$

$$U \geq \begin{cases} 0,04 V \\ 0,05 \underline{N} \end{cases}$$

Esta última doble condición, en rigor, no es necesario que se cumpla en todos los casos; basta con que se verifique:

$$U \geq 0,04 V, \quad \text{cuando } \underline{N} - U' - 0,75 V < 0$$

$$U \geq 0,05 \underline{N}, \quad \text{cuando } \underline{N} - U' - 0,5 V > 0$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción ($\underline{N} < 0$), actuando entre las dos armaduras ($h' \geq e \geq 0$).

DIMENSIONAMIENTO.

$$[28] \quad \begin{cases} U' = -\frac{\underline{N}e}{h'} < 0,04 \text{ V} \\ U = -\frac{\underline{N}(h' - e)}{h'} < 0,04 \text{ V} \end{cases}$$

COMPROBACIÓN.

El valor de N^* es el menor, en valor absoluto, de los dos siguientes:

$$[29] \quad -\frac{U'h'}{e} \quad \text{y} \quad -\frac{Uh'}{h' - e}$$

debiéndose verificar, además:

$$U \geq 0,04 \text{ V}$$

$$U' \geq 0,04 \text{ V}$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Definiciones.

Se definen los siguientes valores:

$$M_t = 0,75 \underline{R} \left[bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right) + 0,5 b_o (h - h_o)^2 \right] \quad [30]$$

$$M_T = M_t + U'h' \quad [31]$$

$$B = bh_o + b_o (h - h_o) \quad [32]$$

$$B_t = bh_o + b_o (h_t - h_o) \quad [33]$$

Más adelante se definen (V. fórmulas 48 y 49) las "secciones en T normales" y se dan fórmulas aplicables a su cálculo, en flexión simple.

Comprobación de borde.

Para todo lo que sigue, se supone que el borde más comprimido, de acuerdo con el apartado 3.20.1, es el correspondiente a las alas; es decir, que se verifica $e \geq e_b$, siendo:

$$e_b = \frac{M_T - 0,375 \underline{R} b_o r^2}{0,75 \underline{R} B_t + U + U'} \quad [34]$$

En lo que sigue, se advierte en los lugares oportunos cuándo es necesario hacer esta comprobación.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión simple o compuesta, con fuerza \underline{N} actuando fuera del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} \geq 0$ con $e \geq h$ y $\underline{N} < 0$ con $e < 0$.

Las fórmulas que siguen valen para flexión simple, haciendo en ellas $\underline{N} = 0$ y $\underline{N}e = \underline{M}$.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$, siendo U'_n el mayor de los tres valores siguientes:

$$0 \quad ; \quad 0,05 \underline{N} \quad ; \quad U''_n = \frac{\underline{N}e - M_t}{h}$$

A) Si la armadura U' es dada, se define el valor:

$$[35] \quad M_o = U'h' + \underline{R}bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right)$$

y pueden distinguirse dos casos:

CASO I.	$\underline{N}e \leq M_o$
---------	---------------------------

$$[36] \quad U' \geq U'_n$$

$$U = 0,97 \frac{\underline{N}e - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{N}e - U'h'}{\underline{R}bh^2} \right) + U' - \underline{N} \leq 0,04 \underline{R}B$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{N}e}{h'}$$

Caso particular: para $U' \geq \frac{Ne}{h'}$ o sea, para $\underline{Ne} - U'h' \leq 0$,

resulta

$$U = \underline{N} \frac{e - h'}{h'} \leq 0,04 \underline{RB} \quad [37]$$

CASO II.	$\underline{Ne} \geq M_o$
----------	---------------------------

$$\begin{aligned}
 &U' \geq U'_n \\
 U = 0,97 \frac{\underline{Ne} - M_o}{h - h_o} \left(1 + \frac{\underline{Ne} - M_o}{\underline{Rb}_o (h - h_o)^2} \right) + \underline{Rbh}_o + \\
 &+ U' - \underline{N} \leq 0,04 \underline{RB} \quad [38]
 \end{aligned}$$

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_n$.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión simple o compuesta, con fuerza \underline{N} actuando fuera del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} \geq 0$ con $e \geq h$ y $\underline{N} < 0$ con $e < 0$.

Las fórmulas que siguen valen para flexión simple, haciendo en ellas $\underline{N} = 0$ y $\underline{N}e = \underline{M}$.

COMPROBACIÓN.

La sección está en buenas condiciones cuando se cumplen las dos siguientes:

$$\begin{aligned} U &\geq 0,04 RB \\ U' &\geq 0,05 \underline{N} \end{aligned}$$

y, además, la que en cada caso se indica a continuación:

CASO I.	$\underline{N} + U - U' \leq 0$
---------	---------------------------------

[39]

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U) h'$$

CASO II.	$0 \leq \underline{N} + U - U' \leq \underline{R}bh_o$
----------	--

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U - U') \left(1 - \frac{\underline{N} + U - U'}{2 \underline{R}bh} \right) h +$$

[40]

$$+ U'h' \geq M_T$$

CASO III.	$\underline{N} + U - U' \geq \underline{R}bh_o$
-----------	---

Se calcula

[11]

$$U_o = \underline{N} + U - U' - \underline{R}bh_o$$

Si $U_o \geq \underline{R}b_o \left(-\frac{h}{2} - h_o \right)$, la condición es:

$$\underline{N}e \leq M_T \quad [42]$$

Si $U_o < \underline{R}b_o \left(-\frac{h}{2} - h_o \right)$, la condición es:

$$\underline{N}e \leq \underline{R}bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right) + U'h' +$$

$$+ U_o \left(h - h_o - \frac{U_o}{2 \underline{R}b_o} \right) \geq M_T \quad [43]$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO SECCION EN T

Flexión o compresión compuestas, con fuerza \underline{N} de compresión ($\underline{N} > 0$) actuando dentro del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} > 0$ con $e < h$.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$, siendo U'_n el mayor de los dos valores siguientes:

$$0,05 \underline{N} \quad ; \quad U'_n = \frac{\underline{N}e - M_t}{h'}$$

A) Si la armadura U' es dada, se define el valor

$$[44] \quad U_1 = \underline{N} - 0,75 \underline{RB} - U'$$

y pueden distinguirse dos casos:

CASO I.	$U_1 \geq 0$
---------	--------------

$$U' \geq U'_n$$

$$[45] \quad U = U_1 \leq 0,05 \underline{N}$$

Debe hacerse comprobación de borde (V. fórmula 34), salvo en el caso de ser $U' = U'_n = U''_n$.

CASO II.	$U_1 < 0$
----------	-----------

Se calcula U_2 , que es el valor de U dado por la fórmula [36] ó [38], según el caso, prescindiendo de la condición $U \leq 0,04 \underline{RB}$.

Si resulta $U_2 \geq 0$, se hace:

$$[46] \quad U = U_2 \leq 0,04 \underline{RB}$$

Si resulta $U_2 < 0$, se hace:

$$U \geq \begin{cases} 0,05 \underline{N} \\ 0,01 \underline{RB} \end{cases} \quad [47]$$

Debe hacerse comprobación de borde (V. fórmula 34), salvo en el caso de ser $U_2 \geq 0$.

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_n$.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión o compresión compuestas, con fuerza \underline{N} de compresión ($\underline{N} > 0$) actuando dentro del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} > 0$ con $e < h$.

COMPROBACIÓN.

Se comprobará inicialmente que el borde más comprimido es el correspondiente a las alas. Para ello, es de aplicación la fórmula [34].

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_a$ (véase DIMENSIONAMIENTO).

Cumplida esta condición, se halla el valor de U , mediante las fórmulas de dimensionamiento, con la U' dada. Si el valor de U así calculado es igual o menor que el dado, la sección está en buenas condiciones.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción ($\underline{N} < 0$) actuando entre las dos armaduras ($h' \geq e \geq 0$).

Las fórmulas son las [28] y siguientes, dadas para este mismo caso en sección rectangular, cambiando V por \underline{RB} .

(21)

$$\frac{A'}{A} < \frac{A}{A} \quad \text{y} \quad \frac{A'}{A} > \frac{A}{A}$$

(22)

La ecuación (21) puede escribirse en la forma:

$$\frac{A'}{A} < \frac{A}{A} \quad \text{y} \quad \frac{A'}{A} > \frac{A}{A}$$

(23)

Si se introduce (21) en (20)

$$\frac{A'}{A} < \frac{A}{A} \quad \text{y} \quad \frac{A'}{A} > \frac{A}{A}$$

(24)

$$\frac{A'}{A} < \frac{A}{A}$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCIONES EN T NORMALES, EN FLEXION SIMPLE

Se denomina sección en T normal aquella que cumple:

$$[48] \quad bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right) \leq 1,5 b_o (h - h_o)^2$$

En particular, son normales aquellas secciones en T en las que se verifica simultáneamente:

$$[49] \quad \frac{h_o}{h} \leq 0,23 \quad y \quad \frac{b_o}{b} \geq \frac{h_o}{h}$$

Las fórmulas que siguen son aproximadas, por el lado de la seguridad.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$, siendo:

$$[50] \quad U'_n = \frac{\underline{M} - \underline{R}bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right)}{h'} \leq 0$$

A) Si la armadura U' es dada:

$$[51] \quad U' \geq U'_n$$

$$U = 0,97 \frac{\underline{M} - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{M} - U'h'}{\underline{R}bh^2} \right) + U' \leq 0,04\underline{R}B$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{M}}{h'}$$

Caso particular: para $U' > \frac{M}{h'}$ o sea, para $\underline{M} - U'h' < 0$,

resulta

$$U = \frac{M}{h'} < 0,04 \underline{RB} \quad [52]$$

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_n$.

C) Ancho mínimo de cabeza:

$$b_{\min} = \frac{\underline{M} - U'h'}{\underline{R}h_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right)} \quad [53]$$

(la adopción de este valor —y con mayor razón, de valores mayores— no garantiza que la sección en T vaya a resultar normal).

D) Canto mínimo:

$$h_{\min} = \frac{\underline{M} + \underline{R}b \frac{h_o^2}{2}}{U' (1 - \rho') + \underline{R}bh_o} \quad [54]$$

(la adopción de este valor no garantiza que la sección en T vaya a resultar normal).

COMPROBACIÓN.

Momento de agotamiento:

$$M^* = (U - U') \left(1 - \frac{U - U'}{2 \underline{R}bh} \right) h + U'h' \quad [55]$$

$$\text{con } \begin{cases} U' \geq U \\ U \geq \underline{R}bh_o + U' \end{cases}$$

debiéndose verificar, además:

$$U \geq 0,04 \underline{R}B$$

Caso particular: para $U' \geq U$, resulta

$$[56] \quad M^* = Uh' \text{ con } U \geq 0,04 \underline{R}B$$

Caso particular: para $U \geq \underline{R}bh_o + U'$ o sea, para $\frac{U - U'}{\underline{R}bh} \geq$

$\geq \frac{h_o}{h}$, resulta

$$[57] \quad M^* = \underline{R}bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right) + U'h'$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION CIRCULAR

Una sección circular de radio r con armadura uniformemente distribuida en las proximidades de su contorno, de capacidad mecánica U_r , puede asimilarse a efectos de cálculo, salvo casos muy especiales, a una sección rectangular con armadura simétrica, en la cual:

$$U = U' = \frac{1}{2} U_r \quad [58]$$

$$b = r \left(1,93 + \frac{\underline{A}}{9.000} \right) \quad (\underline{A} \text{ en kg/cm}^2) \quad [59]$$

$$h = r \left(1,43 - \frac{\underline{A}}{18.000} \right) \quad (\underline{A} \text{ en kg/cm}^2) \quad [60]$$

ARMADURA U DE ACERO ESTIRADO EN FRIO

Se excluye el caso $\underline{N} < 0$ con $e \geq 0$.

Para todo tipo de secciones, es lícito aplicar, en todos los casos, las mismas fórmulas que con acero ordinario, haciendo:

$$U_{0,2} = U$$

En algunos casos de secciones rectangulares y en T, puede aprovecharse más el acero, de acuerdo con lo que sigue.

DIMENSIONAMIENTO.

Los únicos casos en los que puede haber provecho son aquellos en los que, operando como si U fuese de acero ordinario, la armadura U se encuentra mediante una de las siguientes fórmulas: [1], [7], [8], [18], [19], [36], [37], [38], [46], [51] y [52].

En estos casos, puede disponerse una armadura $U_{0,2}$ dada por:

$$[61] \quad U_{0,2} = \frac{U}{\eta}$$

siendo:

U, el valor que resulta de la fórmula correspondiente de las ya citadas, y

$$\eta = K_1 + \frac{0,02625}{\zeta} > 1,25 \quad \text{con } \eta < 1$$

$$K_1 = 0,945 - \frac{\underline{A}_{0,2}}{210.000} \quad (\underline{A}_{0,2} \text{ en kg/cm}^2)$$

$$\zeta = -\frac{\underline{N} + U - U'}{V} < 0, \quad \text{en sección rectangular}$$

$$\zeta = \frac{\underline{N} + U - U'}{\underline{R}bh} < 0, \text{ en sección en T, si resulta}$$

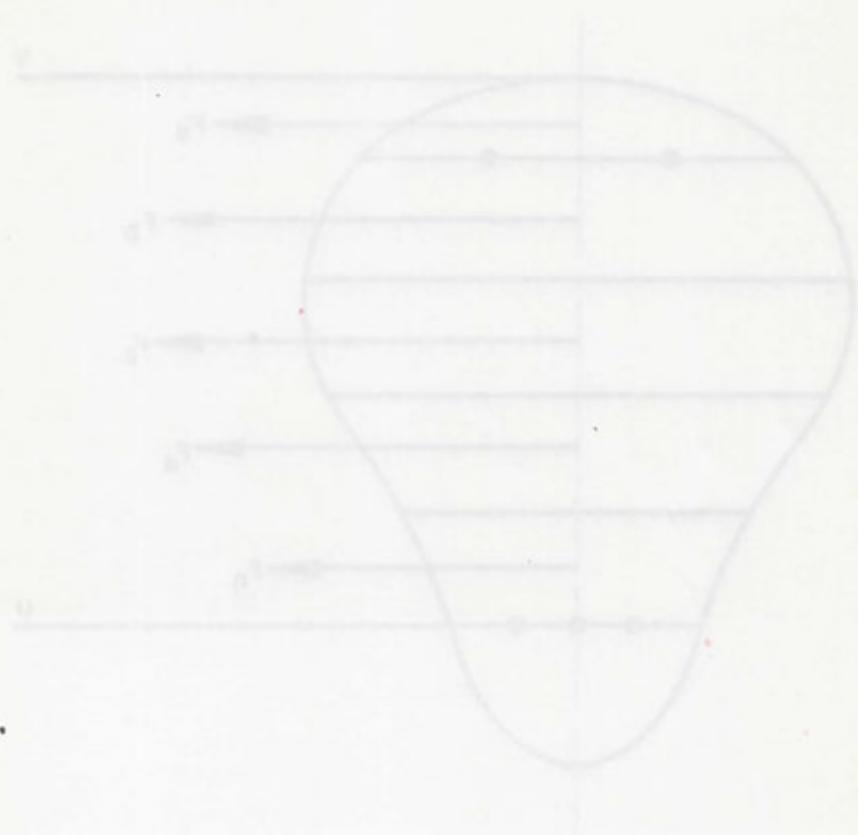
$$\zeta \leq \frac{h_o}{h}$$

$$\zeta = \frac{\underline{N} + U - U' - \underline{R}h_o(b - b_o)}{\underline{R}b_o h}, \text{ en sección en T,}$$

$$\text{si resulta } \zeta \geq \frac{h_o}{h}$$

COMPROBACIÓN.

Es idéntica a la expuesta cuando la armadura U es de acero ordinario, con la única diferencia de que el dimensionamiento de U debe hacerse según se acaba de expresar.



secciones de forma cualquiera
método gráfico

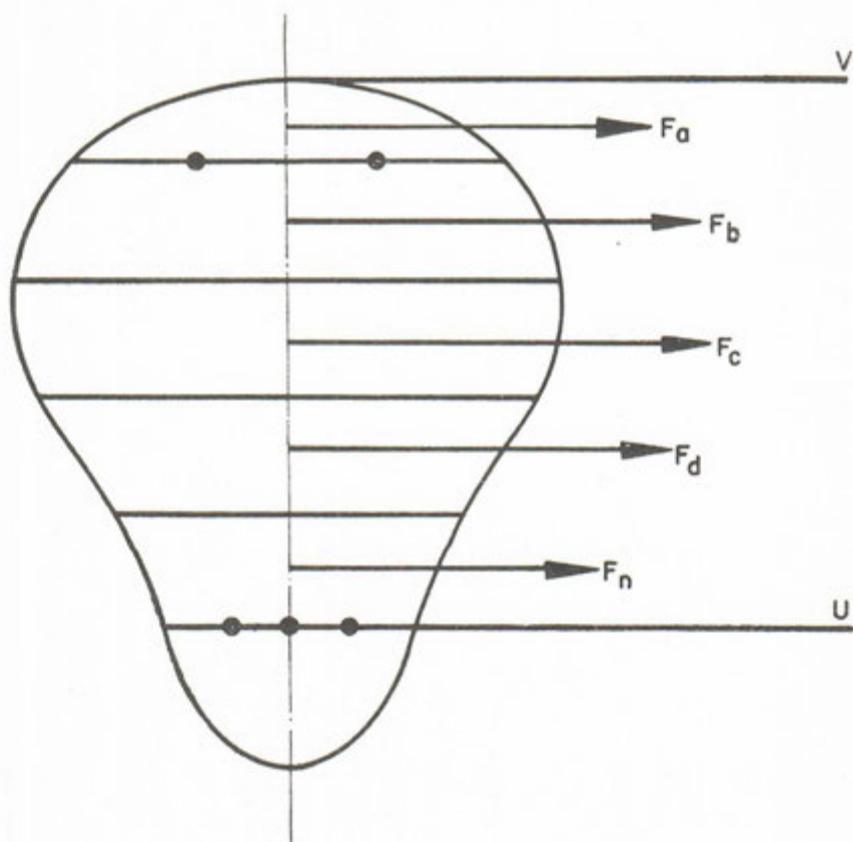


Fig. 1

sectores de forma cuadrada
en la parte superior

armadura U de acero ordinario **generalidades**

Todo lo que se expone en este método gráfico es aplicable a secciones simétricas con respecto al plano en que pueden suponerse contenidas las fuerzas exteriores. § **A**

Se supone conocido el borde más comprimido, lo que ocurre siempre en flexión simple, así como cuando \underline{N} es una tracción ($\underline{N} < 0$) aplicada fuera del segmento limitado por los centros de gravedad de W y W' (*). Si \underline{N} es una compresión ($\underline{N} > 0$), el borde más comprimido es el situado al mismo lado que \underline{N} del baricentro plástico de la sección. En general, es posible estimar "a priori" cuál sea ese borde, debiéndose, en los casos de duda, determinar la posición del baricentro plástico. Esa determinación se incluye más adelante (V. § 5).

Dibujada la sección a escala conveniente (V. F. 1), se divide la sección útil (es decir, el trozo de sección comprendido entre el borde más comprimido y el centro de gravedad de W) en un número arbitrario de franjas, mediante rectas ** perpendiculares al expresado plano de simetría de las fuerzas exteriores. Se designa por B el área real (no la del dibujo) de la sección útil.

En el centro de gravedad de cada franja se aplica una fuerza normal a la sección e igual al producto de \underline{R} por el área real de la franja considerada.

Con objeto de facilitar la exposición, se supone que el sentido de las fuerzas F_a, F_b, \dots, F_n , así obtenidas, es el de izquierda a derecha, y que el borde más comprimido es el superior.

(*) Si \underline{N} fuera una tracción ($\underline{N} < 0$) aplicada dentro de dicho segmento o en uno de sus extremos ($0 \leq e \leq h'$), son válidas las fórmulas (que son independientes de la forma de la sección) dadas, para el mismo caso, en sección rectangular (V. fórmulas 28 y siguientes), haciendo en ellas $V = RB$.

Debe recordarse que, para este caso, se designa por U a cualquiera de las dos armaduras, y por U' a la otra.

** Por razones que posteriormente se indican (V. § 5), conviene que una de estas rectas pase por el c. de g. de W' .



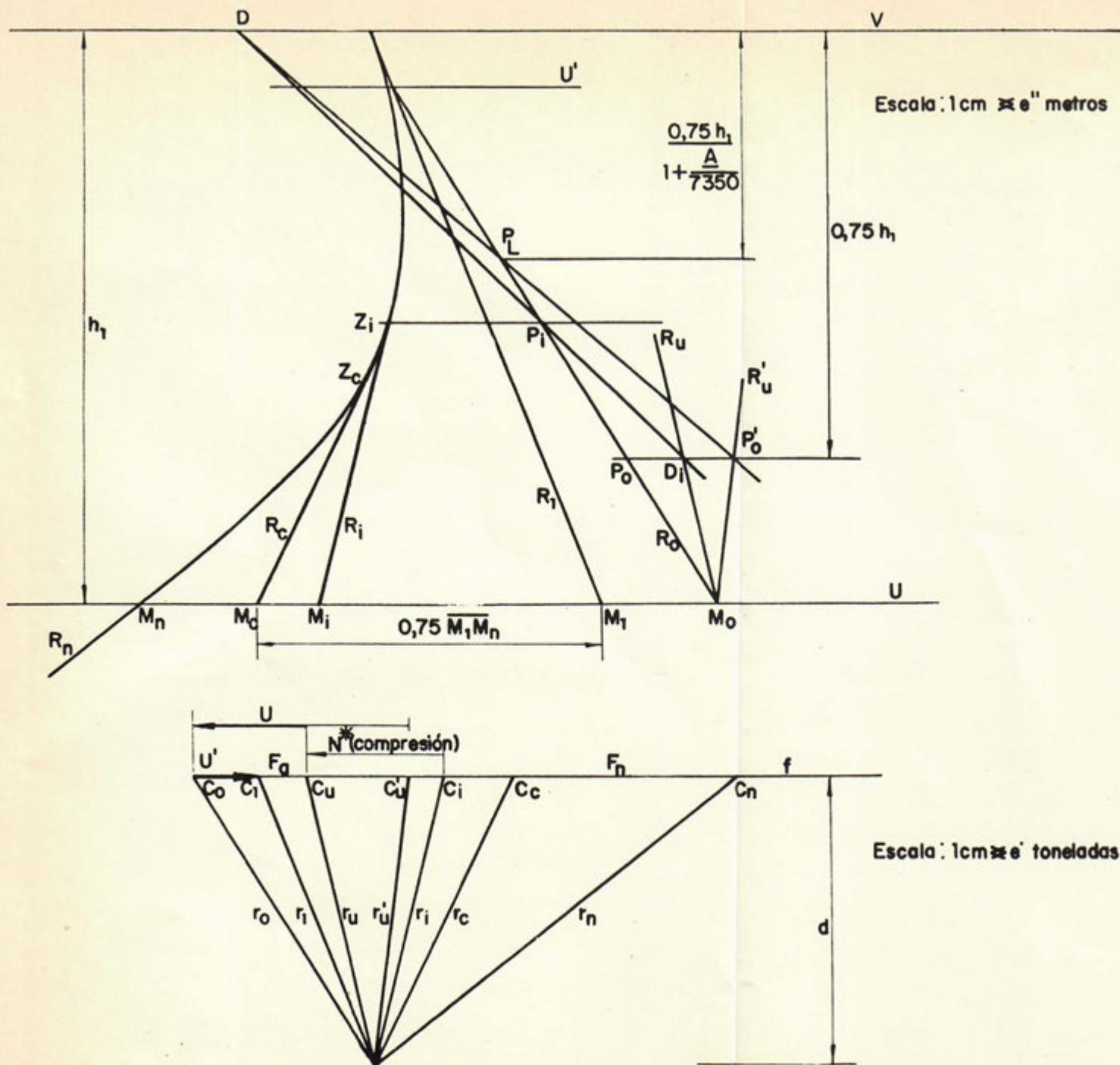


Fig. 2

A continuación se traza un polígono funicular de las fuerzas F_a, F_b, \dots, F_n (V. F. 2). Se designan por V y U las rectas, paralelas a estas fuerzas, que pasan por el borde más comprimido y por el c. de g . de W, respectivamente. En el polígono funicular se inscribe una curva, que es la curva funicular (tanto más precisa cuanto mayor sea el número de franjas inicialmente elegido). Dicha curva queda limitada por las rectas V y U.

Las fuerzas F_a, F_b, \dots, F_n se dispondrán en el polígono de fuerzas, en el mismo orden, de izquierda a derecha, en que están en la sección, de arriba abajo. En este polígono, se designa por d la distancia polar, y por f la recta que contiene las fuerzas expresadas.

En el polígono de fuerzas, los radios extremos del conjunto de las fuerzas F_a, F_b, \dots, F_n se designan por r_1 y r_n . El radio r_1 es el que pasa por el origen c_1 de la fuerza F_a correspondiente a la franja superior. El radio r_n es el que pasa por el extremo c_n de la fuerza F_n correspondiente a la franja inferior de las consideradas, es decir, a la franja limitada inferiormente por una recta que pasa por el centro de gravedad de W.

Se designan por R_1 y R_n los lados del polígono funicular paralelos a los radios r_1 y r_n , respectivamente. La curva funicular es tangente en sus extremos a dichos lados.

Se supone que en el polígono de fuerzas la escala es $1 \text{ cm} \rightarrow e'$ toneladas, y que en el polígono funicular, la escala es $1 \text{ cm} \rightarrow e''$ metros. Las longitudes de todos los segmentos de los dos polígonos serán expresadas en centímetros.

Los lados R_1 y R_n cortan a la recta U en los puntos M_1 y M_n , respectivamente. Sobre la recta U, a partir de M_1 y hacia la izquierda, se lleva una longitud $\overline{M_1 M_c} = 0,75 \overline{M_1 M_n}$, obteniéndose así el punto M_c .

Sea R_c la recta que pasa por M_c y es tangente a la curva funicular. Se designa por Z_c el punto de tangencia, cuya obtención precisa se indica en § C.

* * *

Sea Z_i un punto cualquiera de la curva funicular, que se supone conocido. La zona de la sección comprendida entre este punto y la recta V (borde superior de la sección) es, precisamente la zona comprimida. En lo sucesivo suponemos que el

B

punto Z_i no está por debajo del Z_c , por lo que la compresión uniforme del hormigón en la zona comprimida vale \underline{R} (*)

Supongamos trazado el lado R_i del funicular, tangente a la curva funicular en el punto Z_i . Dicho lado define, por su intersección con la recta \bar{U} , el punto M_i . El radio r_i , paralelo a R_i , determina el punto c_i sobre la recta f .

Ahora bien; dada la poca precisión con que habitualmente es posible trazar una tangente a una curva en un punto de la misma, los elementos anteriormente mencionados (R_i , M_i , r_i , c_i) pueden determinarse más precisamente, a partir de Z_i , utilizando la relación

$$\overline{c_i c_i} = \underline{R} B_i : e' \quad [1]$$

en la que B_i es el área real (no la del dibujo) de la zona comprimida, con $\overline{c_i c_i}$ en centímetros y $\underline{R} B_i$ en toneladas.

Es decir, conocido Z_i , se conoce B_i y, por tanto, $\overline{c_i c_i}$, según [1]; esta magnitud, llevada a partir de c_i sobre la recta f y hacia la derecha, define c_i ; puede trazarse entonces r_i y, por último, el lado R_i , paralelo a r_i por Z_i .

* * *

§ C Si, por el contrario, lo que se conoce es el punto M_i , es posible trazar directamente el lado R_i , tangente a la curva funicular por M_i . El punto de tangencia es Z_i . Pero su estimación no resulta, en general, muy precisa, por lo que es preferible proceder como sigue: El radio r_i , paralelo a R_i , determina el punto c_i sobre la recta f . Se conoce así la magnitud $\overline{c_i c_i}$, con lo que es posible despejar B_i de [1] y deducir la profundidad correspondiente de la zona comprimida. Esta profundidad determinará, con más precisión, el punto Z_i .

Esta construcción es aplicable para determinar el punto Z_c , a partir del punto M_c .

* * *

(*) Como puede comprobarse a lo largo del método, no es necesario considerar el caso en que el punto Z_i esté por debajo del Z_c .

En el caso, único que interesa, en que Z_i no está por debajo de Z_c ; o lo que es lo mismo, en que M_i no está a la izquierda de M_c , es decir, en que c_i no está a la derecha de c_c , la resultante de las compresiones en el hormigón, y el momento de dichas compresiones con respecto a U , vienen representados, a través de las construcciones geométricas de § B y § C, por: § D

— resultante de las compresiones en el hormigón:

$$e' \cdot \overline{c_1 c_i} \text{ toneladas } (\overline{c_1 c_i} \text{ en centímetros})$$

— momento de las compresiones en el hormigón, respecto a U :

$$e' \cdot e'' \cdot d \cdot \overline{M_1 M_i} \text{ metros toneladas } (d, \overline{M_1 M_i} \text{ en centímetros})$$

• • •

Cuando haya armadura U' , la fuerza U' pasará por el centro de gravedad de W' , será paralela a, y tendrá el mismo sentido que, las fuerzas $F_a, F_b, \dots F_n$, y se colocará en el polígono de fuerzas inmediatamente a la izquierda de la F_a , aunque la F_a esté, en el funicular, por encima de U' . En el polígono de fuerzas se tendrá: § E

$$\overline{c_o c_1} = U' : e' \quad \text{centímetros}$$

con U' en toneladas y c_o a la izquierda de c_1 . Se designa por r_o el radio que pasa por el punto c_o . Sea R_o el lado del polígono funicular, paralelo a r_o . El lado R_o pasa por el punto de intersección de R_1 con la recta U' . Sea M_o el punto de intersección de las rectas R_o y U . El momento de la fuerza U' con respecto a U es:

$$e' \cdot e'' \cdot d \cdot \overline{M_o M_1} \quad \text{metros toneladas}$$

con d y $\overline{M_o M_1}$ en centímetros.

Por consiguiente, para un punto Z_i de la curva funicular (como siempre, no situado por debajo de Z_c) se tiene:

— resultante de las compresiones en el hormigón y de U' :

$$e' \cdot \overline{c_0 c_i} \quad \text{toneladas} \quad (\overline{c_0 c_i} \text{ en centímetros})$$

— momento de las compresiones en el hormigón y de U', respecto a U:

$$e' \cdot e'' \cdot d \cdot \overline{M_0 M_i} \quad \text{metros toneladas} \quad (d, \overline{M_0 M_i} \text{ en centímetros})$$

* * *

§ F En cuanto a la armadura U, se designan por P_0 y P_L los puntos de R_0 situados por debajo de la recta V, cuyas distancias a esta recta son, respectivamente:

$$0,75 h_1 \quad \text{y} \quad \frac{0,75 h_1}{1 + \frac{A}{7.350}}$$

donde:

h_1 = la distancia, en el dibujo, entre las rectas V y U, con $\frac{A}{7.350}$ en kg/cm^2 .

La fuerza U se coloca como primera fuerza en el polígono de fuerzas.

Si Z_i está por encima de P_0 , la armadura U trabaja a tracción. Se designa por c'_u el punto de la recta f determinado por $\overline{c_0 c'_u} = U : e'$ centímetros, con U en toneladas y c'_u a la derecha de c_0 .

Si Z_i está por encima de P_L o coincide con P_L , la armadura U trabaja a su límite elástico, por lo que su tracción total es U toneladas.

Si Z_i está entre P_L y P_0 , la tracción total de la armadura U se halla como sigue. La recta que pasa por Z_i y es paralela a la U, corta a la R_0 en el punto P_i , que estará entre P_L y P_0 . Sea r'_u el radio que pasa por c'_u , y R'_u el lado del funicular paralelo a r'_u . Este lado, que pasará por M_0 (por ser U la primera fuerza del polígono de fuerzas), corta en el punto P'_0 a la paralela a la recta U, que pasa por P_0 . La recta que pasa por P'_0 y P_L corta a la V en el punto D. La recta que pasa por D y P_i corta a la $\overline{P_0 P'_0}$ en el punto D_i . La tracción total de la armadura U,

que es $U \cdot \overline{P_0 D_i} : \overline{P_0 P'_0}$, puede obtenerse como se indica a continuación. Se designa por R_u la recta que pasa por M_0 y D_i ; y por r_u el radio paralelo a R_u . Este radio corta a la recta f en el

punto c_u . La tracción total de U será $e' \cdot \overline{c_o c_u}$ toneladas, con $\overline{c_o c_u}$ en centímetros.

La construcción que acaba de exponerse requiere el conocimiento preciso del punto Z_i ; esto justifica el procedimiento expuesto en § C.

* * *

A la vista del polígono de fuerzas se deduce, de la condición § G de equilibrio, que el esfuerzo normal de agotamiento es:

$$N^* = e' \cdot \overline{c_u c_i} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{c_u c_i}$ en centímetros, debiéndose tomar como punto c_u , cuando Z_i esté por encima de P_L , el c'_u .

La fuerza N^* será una compresión o una tracción, según que c_u esté a la izquierda o a la derecha de c_i , respectivamente.

Por último, de acuerdo con § E:

$$N^* e = e' \cdot e'' \cdot d \cdot \overline{M_o M_i} \quad \text{metros toneladas}$$

con $d, \overline{M_o M_i}$ en centímetros.

PRACTICA DEL METODO

FLEXION SIMPLE

§ 1) DIMENSIONAMIENTO.

Sea \underline{M} el momento flector dado. El método conduce a conseguir:

$$\underline{M} = M^*$$

1.1) Si la armadura U' está dada, se lleva sobre la recta U , a partir de M_o y hacia la izquierda, la distancia:

$$\overline{M_o M_t} = \frac{\underline{M}}{e' e'' d} \quad \text{centímetros}$$

con \underline{M} en metros toneladas, y d en centímetros. Se halla así el punto M_t .

Si M_t está a la izquierda de M_o , la armadura U' es insuficiente.

Si M_t está a la derecha de M_o (*) o coincide con M_o , se trazan R_t y r_t y se obtienen los puntos Z_t y c_t (véase § C). Si Z_t está por encima de P_L o coincide con P_L , será:

$$U = e' \cdot \overline{c_o c_t} \leq 0,04 \underline{RB} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{c_o c_t}$ en centímetros. Si Z_t está entre P_L y P_o se traza el lado R_u paralelo a r_t (pues r_t y r_u coinciden) y se obtiene el punto D_t . A continuación se hallan sucesivamente el punto P_o , la recta $D_t P_o$, el punto D , la recta $D P_L$, el punto P'_o , la recta R'_u , el radio r'_u y el punto c'_u . El valor U es:

$$U = e' \cdot \overline{c_o c'_u} \leq 0,04 \underline{RB} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{c_o c'_u}$ en centímetros.

(*) En el caso en que M_t estuviera a la derecha de M_o o coincidiera con M_o , o lo que es lo mismo, en el caso en que fuera $U' \geq \underline{M} : h'$, se tendría $U = \underline{M} : h' \leq 0,04 \underline{RB}$, lo que hace innecesaria la construcción del funicular.

En el caso en que Z_i estuviera por debajo de P_o , lo que sólo puede ocurrir con Z_c por debajo de P_o , la armadura U' es insuficiente.

Conviene advertir que si Z_i está entre P_i y P_o , puede convenir suplementar U' para que U no resulte muy grande.

1.2) Si se desconocen U y U' , se opera como sigue.

Se toma como punto Z_i el más próximo al borde superior de los dos siguientes: el Z_c y el situado a la misma altura que el P_o . A partir de Z_i y procediendo con arreglo a § B), se obtienen R_i , M_i , r_i y c_i . Sobre la recta U , a partir de M_i , y hacia la derecha, se lleva la distancia $\overline{M_i M'_o} = \underline{M} : e' e'' d$ centímetros, con \underline{M} en metros toneladas y d en centímetros. Se obtiene así el punto M'_o .

Si el punto M'_o está a la izquierda de M_i o coincide con M_i , se hace $U' = 0$ y se halla el valor de U con arreglo a 1.1).

Si el punto M'_o está a la derecha de M_i , será el \bar{M}_o , que queda así determinado. A continuación se trazan las rectas R_o y r_o , y se halla el punto c_o . El valor de U' es:

$$U' = e' \cdot \overline{c_o c_i} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{c_o c_i}$ en centímetros. El valor de U , de acuerdo con 1.1), es:

$$U = e' \cdot \overline{c_o c_i} \leq 0,04 \underline{RB} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{c_o c_i}$ en centímetros.

§ 2) COMPROBACIÓN.

Debe verificarse siempre $U \leq 0,04 \underline{RB}$.

2.1) Si se desea saber si la sección dada * resiste o no el momento dado \underline{M} , se halla para este momento y con el valor dado de U' , el valor de U , según 1.2. Si la U' dada es insuficiente, o si el valor de U que se obtiene es mayor que el dado, la sección no resiste. En caso contrario, resiste.

* Si es $U' \geq U$, el momento que resiste la sección es Uh' . Si es $U' < U$, con $U' \geq \underline{M} : h'$, la sección resiste.

FLEXION Y COMPRESION COMPUESTAS

§ 3) DIMENSIONAMIENTO.

Sea \underline{N} , e la sollicitación dada. El método conduce a conseguir que la sección se agote con la \underline{N} dada, y una excentricidad igual o mayor que e .

3.1) Se supone, primeramente, que la armadura U' está dada.

Si es $U' < 0,05 \underline{N}$, U' es insuficiente.

Si es $U' \geq 0,05 \underline{N}$, se lleva sobre la recta U , a partir de M_o , y hacia la izquierda, la distancia:

$$\overline{M_o M_i} = \frac{\underline{N}e}{e'e''d} \quad \text{centímetros}$$

con $\underline{N}e$ en metros toneladas y d en centímetros. Se halla así el punto M_i .

Si M_i está a la izquierda de M_o , U' es insuficiente.

Si M_i coincide con M_o o está a la derecha de M_o , la solución que se busca pertenece a uno, y sólo uno, de los tres casos $a)$, $b)$ o $c)$ que a continuación se indican, pero se desconoce, inicialmente, a cuál de los tres. El caso $c)$ no es aplicable más que cuando se haya comprobado que la solución no pertenece a $a)$ ni a $b)$. Por tanto, debe comenzarse por el caso $a)$ o por el caso $b)$, a voluntad. Si el caso elegido da solución, ésa es la buscada. Si no la da, debe seguirse el otro. Si este último tampoco la da, la solución pertenece a $c)$.

Lo que se acaba de expresar es válido siempre que el borde superior, como se dijo, sea, efectivamente, el más comprimido. Más adelante, al exponer los casos $a)$, $b)$ y $c)$, se avisa, en los lugares oportunos, cuándo es necesario hacer esta comprobación de borde.

La práctica del proyectista en la utilización de estos métodos gráficos proporciona la visión acertada para comenzar por uno u otro caso. A este efecto, conviene tener presente que, cuando la fuerza \underline{N} actúa fuera de la sección, la solución pertenece al caso $a)$; y cuando actúa centrada en la sección, al caso $b)$.

Caso a) En el caso en que M_i esté a la derecha de M_o o

coincida con M_1 (o lo que es lo mismo, cuando sea $U'h' \geq \underline{N}e$), se obtiene el valor de U como sigue:

$$U_o = \underline{N} \frac{e - h'}{h'} \quad , \quad U = U_o \leq 0,04\underline{RB}$$

El valor de U así hallado es independiente de la forma de la sección, y resulta válido si es $U_o \geq 0$. Si es $U_o < 0$, la solución no pertenece al caso a).

En el caso en que M_i esté a la izquierda de M_1 (y a la derecha de M_e , o coincidiendo con M_e), se obtienen R_i , r_i , Z_i y c_i , procediendo con arreglo a § C. A partir del punto c_i y hacia la izquierda o hacia la derecha, según que \underline{N} sea compresión o tracción, respectivamente, se lleva, sobre la recta f , la distancia $\overline{c_i c_u} = \underline{N} : e'$ centímetros, con \underline{N} en toneladas, obteniéndose así el punto c_u .

Pueden distinguirse varios casos.

Si el punto c_u está a la izquierda del c_o , la solución no pertenece al caso a).

Si el punto c_u está a la derecha del c_o y, además; el punto Z_i está a la misma altura o por debajo del P_o , la armadura U' es insuficiente.

En los demás casos, el valor de U se obtiene como se indica a continuación.

Si el punto c_u coincide con el c_o y, además, el Z_i está por encima del P_o , será $U = 0,04\underline{RB}$.

Si el punto c_u coincide con el c_o y, además, el Z_i está por debajo del P_o , será $U = 0,05\underline{N}$.

Si el punto c_u coincide con el c_o y, además, el Z_i está a la misma altura del P_o , el valor de U será el mayor de los dos siguientes: $0,04\underline{RB}$ y $0,05\underline{N}$.

Finalmente, en el caso restante, en que el punto c_u está a la derecha del c_o y, además, el punto Z_i está por encima del P_o , se procede como sigue: Si Z_i está por encima de P_L o coincide con P_L , es:

$$U = e' \cdot \overline{c_o c_u} \leq 0,04\underline{RB} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{c_o c_u}$ en centímetros. Si Z_i está por debajo de P_L se traza el radio r_u y la recta R_u , y se obtiene el punto D_i . A continuación se hallan, sucesivamente, el punto P_i , la recta $D_i P_i$, el punto D ,

la recta DP_L , el punto P'_o , la recta R'_u , el radio r'_u y el punto c'_u . El valor de U viene dado por $U = e' \cdot \overline{c_o c'_u} \leq 0,04RB$ toneladas, con $\overline{c_o c'_u}$ en centímetros. Obsérvese que puede convenir suplementar U' , pues cuando Z_i esté poco por encima de P_o , U puede resultar muy grande.

Caso b) Se halla el valor de U_2 dado por la fórmula:

$$U_2 = \underline{N} - U' - 0,75 \cdot \overline{c_1 c_x} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{c_1 c_x}$ en centímetros. En esta fórmula, el valor de U' es el dado, aun cuando el punto M_i esté a la derecha del M_1 .

Si resulta $U_2 \geq 0$, es $U = U_2 \leq 0,05N$. Para que este dimensionamiento sea válido, debe comprobarse que el borde superior es, efectivamente, el más comprimido; o lo que es lo mismo, que \underline{N} coincide con, o está por encima del, baricentro plástico de la sección (V. § 5). Si el punto M_i coincide con el M_o , el dimensionamiento es, con seguridad, válido.

Si resulta $U_2 < 0$, la solución no pertenece al caso *b)*.

Caso c) Cuando la solución no pertenezca a ninguno de los casos *a)* y *b)*, el valor de U será el mayor de los dos siguientes:

$$0,04RB \quad \text{y} \quad 0,05N$$

Para que este dimensionamiento sea válido debe comprobarse que el borde superior es, efectivamente, el más comprimido; o lo que es lo mismo, que \underline{N} coincide con, o está por encima del, baricentro plástico de la sección (V. § 5). Si el punto M_i coincide con el M_o , el dimensionamiento es, con seguridad, válido.

3.2) Si la armadura U' no está dada, su valor se obtiene según *d)* o según *e)*, como más adelante se indica. La obtención según *d)* es válida si, posteriormente, al hallar U , la solución de U pertenece a 3.1 *a)* o a 3.1 *c)*. Por el contrario, el valor de U' válido es el obtenido según *e)* si la solución de U pertenece a 3.1 *b)*.

Se trata, una vez más, de una cuestión de visión acertada.

A este efecto conviene tener presente que, cuando la fuerza \underline{N} actúa fuera de la sección, debe calcularse U' según *d*), puesto que, como se dijo, la solución de U pertenece a 3.1 *a*); por el contrario, cuando la fuerza \underline{N} actúa centrada en la sección, debe calcularse U' según *e*), puesto que la solución de U pertenece a 3.1 *b*).

Caso d) Se toma como punto Z_i el más próximo al borde superior de los dos siguientes: el Z_c y el situado a la misma altura que el P_o . A partir de Z_i se obtiene R_i procediendo con arreglo a § B. La recta R_i corta a la U en el punto M_i , que será el M_c si el punto Z_i es el Z_c . Sobre la recta U , a partir de M_i y hacia la derecha, se lleva la distancia:

$$\overline{M_i M'_o} = \underline{N}e : e'e''d \quad \text{centímetros}$$

con $\underline{N}e$ en metros toneladas, y d en centímetros. Se obtiene así el punto M'_o . Si el punto M'_o está a la izquierda de M_i o coincide con M_i , se hace $U' = 0,05 \underline{N} \leq 0$. Si el punto M'_o está a la derecha de M_i , se hace:

$$U' = \overline{M_i M'_o} \cdot e' \cdot e'' \cdot d : h' \leq 0,05 \underline{N} \quad \text{toneladas}$$

con $\overline{M_i M'_o}$ y d , en centímetros, y h' , en metros. (Obsérvese que, si ha resultado $\overline{M_i M'_o} \cdot e' \cdot e'' \cdot d : h' \geq 0,05 \underline{N}$, al hallar U se encontrará que el punto M_o será el mismo M'_o , y el Z_i —en la determinación de U — será el mismo Z_i aquí considerado.)

Caso e) Se procede como en el caso *d*), pero considerando como punto M_i el M_c .

§ 4) COMPROBACIÓN.

Para comprobar si una sección dada resiste o no una \underline{N} dada, con una e dada, se halla con arreglo a 3.1, el valor de \bar{U} . Si la armadura U' dada es insuficiente o si el valor de U dado es inferior al que se obtiene en el cálculo, la sección no resiste. En caso contrario, resiste.

COMPROBACION DE BORDE

§ 5) OBTENCIÓN DEL BARICENTRO PLÁSTICO.

Para hallar el baricentro plástico se construye el polígono funicular de las siguientes fuerzas:

a) Las fuerzas F_a, F_b, \dots, F_n , más las análogas a ellas, debidas a la parte de sección que queda por debajo del centro de gravedad de W.

b) Las fuerzas $\frac{4}{3} U'$ y $\frac{4}{3} U$, aplicadas en los centros de gravedad de W' y W, respectivamente.

Todas estas fuerzas son paralelas y del mismo sentido. La designación de W y W' implica la elección previa del borde superior como el más comprimido.

Conviene colocar estas fuerzas en el polígono de fuerzas, comenzando por la izquierda con las $\frac{4}{3} U'$ y $\frac{4}{3} U$, y disponiendo a continuación, hacia la derecha, las restantes, de modo que estas últimas estén en el mismo orden, de izquierda a derecha, en que están en la sección, de arriba abajo. De esta forma puede aprovecharse, para el proceso gráfico ya descrito, la parte de funicular comprendida entre los lados que se designaron por R_i y R_m .

Para facilitar el trabajo en el caso de tener que cambiar de borde más comprimido, por no haberlo elegido acertadamente en un principio, conviene que el c. de g. de W' pertenezca a una de las rectas que separan dos franjas, como ya se indicó en § A.

El punto de aplicación de la resultante de las fuerzas anteriores, definido por la intersección de los lados extremos del funicular, es el baricentro plástico.

armadura U de acero estirado en frío

DIMENSIONAMIENTO.

Se procede como si la armadura U fuera de acero ordinario, haciendo $\underline{A} = \underline{A}_{0,2}$. Se halla así el valor de U. Si este valor ha sido obtenido con un punto Z_i situado por debajo de $P_{1,2}$, o bien mediante el caso b) o el c) de 3.1), se hace $U_{0,2} = U$.

Si el valor de U se obtiene con un punto Z_i situado por encima de $P_{1,2}$, pueden distinguirse dos casos, según que Z_i esté por encima o por debajo del punto $P_{0,2}$, que es un punto situado por debajo de la recta V, y cuya distancia $d_{0,2}$ a esta recta es:

$$d_{0,2} = h_1 \cdot \frac{0,02625}{1 - K_1}$$

$$\text{con } K_1 = 0,945 - \frac{\underline{A}_{0,2}}{210.000} \quad (\underline{A}_{0,2} \text{ en kg/cm}^2).$$

En el caso en que Z_i esté por debajo de $P_{0,2}$ o coincida con este punto, se hace $U_{0,2} = U$.

En el caso en que Z_i esté por encima de $P_{0,2}$, se hace:

$$U_{0,2} = \frac{U}{\gamma} < 0,04RB$$

siendo:

$$\gamma = K_1 + \frac{0,02625}{z'_i} h_1 \geq 1,25$$

donde z'_i es la distancia del punto Z_i a la recta V.

Este último caso incluye los de $U' \geq \underline{M} : h'$ y $U' \geq \underline{Ne} : h'$, en los cuales es $\gamma = 1,25$. Naturalmente, en el caso de ser

$U' \geq \frac{Ne}{h'}$; el valor $\eta = 1,25$ viene condicionado a que sea $U_0 \geq 0$, pues, en caso contrario, el valor de U se halla con arreglo a b) o c) de 3.1), y, por tanto, será $U = U_{0,2}$, según se acaba de indicar.

COMPROBACIÓN.

Es idéntica a la expresada cuando la armadura U es de acero ordinario, con la única diferencia de que el dimensionamiento de U debe hacerse según se acaba de expresar.

esfuerzos cortantes

OBSERVACIONES PREVIAS IMPORTANTES

Para utilizar las fórmulas que siguen, es importante recordar:

- que no deben considerarse en el cálculo resistencias minoradas del acero \underline{A} mayores de 3.750 kg/cm²
- que en el caso de piezas hormigonadas verticalmente, la resistencia minorada del hormigón \underline{R} se disminuirá en un 10 %.
- que deben tenerse presentes las disposiciones contenidas en el artículo 3.25

SECCION RECTANGULAR

La resistencia a esfuerzo cortante viene dada por $T^* = T_a + T_b$

$$T_b = 0,5 \ b.h \ \sqrt{\underline{R}} \quad \begin{array}{l} \text{si no hay esfuerzo axil } (\underline{N} = 0) \\ \text{(unidades kg,cm)} \end{array} \quad [62]$$

$$T_b = (0,5 \ b.h \ \sqrt{\underline{R}}) \left[\left(1 - \frac{\underline{N}}{0,75 \ \underline{R}bh + U + U'} \right) \left(1 + \frac{\underline{N}}{0,1 \ \underline{R}bh} \right) \geq 2 \right] \leq 0, \quad [63]$$

(unidades kg,cm)

si hay esfuerzo axil de compresión ($\underline{N} > 0$) o de tracción ($\underline{N} < 0$).

Quando sólo hay estribos,

$$T_a = U''_1 \cdot \varphi_1 \geq 4 T_b (*) \quad [64]$$

siendo U''_1 la capacidad mecánica de un estribo ** y φ_1 el valor

(*) Por tanto, si es $T^* > 5 T_b$, es necesario aumentar las dimensiones de la sección.

** Por ejemplo: si se trata de un cerco simple de diámetro \varnothing (mm) será $U''_1 = \frac{\pi \varnothing^2}{4 \times 100} \times \underline{A}'' \times 2$ (presenta dos barras eficaces). Los valores de U vienen tabulados en el cuadro núm. 1.

correspondiente, dado por el cuadro número 5. Pero si resulta $T_a < 0,6 T_b$, se considerará $T_a = 0$.

Si los estribos son verticales, es más cómodo utilizar el cuadro número 6, que da directamente el valor de T_a (a reserva, claro, de la condición $T_a \geq 0,6 T_b$).

Cuando hay estribos y barras levantadas,

$$[65] \quad T_a = U''_1 \varphi_1 + U''_2 \varphi_2 \geq 5 T_b \quad (*)$$

siendo $U''_1 \varphi_1$ los mismos que en el caso anterior; U''_2 , la capacidad mecánica de una barra levantada (o de cuantas se levanten a la vez **) y φ_2 el valor correspondiente, dado por el cuadro número 5. Pero si resulta $T_a < 0,6 T_b$, se considerará $T_a = 0$.

Si los estribos son verticales, es más cómodo utilizar el cuadro número 6, que da directamente el valor de $U''_1 \varphi_1$.

SECCION EN T

Son válidas las fórmulas correspondientes a sección rectangular, sin más que sustituir en ellas b por b_0 .

Si la sección en T cumple la condición

$$b \geq 3 b_0$$

en la fórmula [64] puede cambiarse el coeficiente 4 por 5,6; y en la fórmula [65] puede cambiarse el coeficiente 5 por 7

(*) Por tanto, si es $T_a^* > 6 T_b$, es necesario aumentar las dimensiones de la sección.

** Por ejemplo: si se levantan a la vez dos barras de diámetro \varnothing (mm) con cualquier inclinación, será:

$$U''_2 = 2 \times \frac{\pi \varnothing^2}{4 \times 100} \times \frac{A}{-}$$

Los valores de U vienen tabulados en el cuadro núm. 1.

SECCION CIRCULAR

Son válidas las fórmulas correspondientes a sección rectangular, haciendo en ellas

$$b = \frac{3}{4} D$$

siendo D el diámetro de la sección circular.

SECCION DE FORMA CUALQUIERA

Son válidas las fórmulas correspondientes a sección rectangular, sustituyendo b por el menor ancho que presenta la sección dentro de los tres cuartos del canto útil, contados a partir de la armadura de tracción.

cuadros

CUADRO NUMERO 2

Valores de $\frac{K n \emptyset}{A}$ en cm^2 para $K = 17.000 \text{ kg/mm}$ (ambientes protegidos, con barras lisas de acero ordinario)

\emptyset	A	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	$n = 11$	$n = 12$
5	2.333	36,4	72,9	109	146	182	219	255	291	328	364	401	437
6	2.300	44,3	88,7	133	177	222	266	310	355	399	443	488	532
8	2.233	60,9	122	183	244	304	365	426	487	548	609	670	731
10	2.167	78,4	157	235	314	392	471	549	628	706	784	863	941
12	2.100	97,1	194	291	389	486	583	680	777	874	971	1.069	1.166
16	1.967	138	277	415	553	691	830	968	1.106	1.244	1.383	1.521	1.659
20	1.917	177	355	532	709	887	1.064	1.241	1.419	1.596	1.774	1.951	2.128
25	1.917	222	443	665	887	1.108	1.330	1.552	1.774	1.995	2.217	2.439	2.660
30	1.917	266	532	798	1.064	1.330	1.596	1.862	2.128	2.394	2.660	2.926	3.192
35	1.917	310	621	931	1.241	1.552	1.862	2.173	2.483	2.793	3.104	3.414	3.724
40	1.917	355	709	1.064	1.419	1.774	2.128	2.483	2.838	3.192	3.547	3.902	4.257

NOTA

Los valores del cuadro coinciden con la limitación impuesta a B_y en el caso $U = U_n$. Caso contrario, deben multiplicarse por $U : U_n$.

Valores de $\frac{K n \emptyset}{A}$ en cm^2 para $K = 8.500 \text{ kg/mm}$ (intemperie, con barras lisas de acero ordinario)

\emptyset	A	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$	$n=8$	$n=9$	$n=10$	$n=11$	$n=12$
5	2.333	18,2	36,4	54,6	72,9	91,1	109	127	146	164	182	200	219
6	2.300	22,2	44,3	66,5	88,7	111	133	155	177	200	222	244	266
8	2.233	30,4	60,9	91,4	122	152	183	213	244	274	304	335	365
10	2.167	39,2	78,4	118	157	196	235	275	314	353	392	431	471
12	2.100	48,6	97,1	146	194	243	291	340	389	437	486	534	583
16	1.967	69,1	138	207	277	346	415	484	553	622	691	760	830
20	1.917	88,7	177	266	355	443	532	621	709	798	887	975	1.064
25	1.917	111	222	333	443	554	665	776	887	998	1.108	1.219	1.330
30	1.917	133	266	399	532	665	798	931	1.064	1.197	1.330	1.463	1.596
35	1.917	155	310	466	621	776	931	1.086	1.241	1.397	1.552	1.707	1.862
40	1.917	177	355	532	709	887	1.064	1.241	1.419	1.596	1.774	1.951	2.128

NOTA

Los valores del cuadro coinciden con la limitación impuesta a B_f en el caso $U = U_n$. Caso contrario, deben multiplicarse por $U : U_n$.

Valores de $\frac{K n \emptyset}{A}$ en cm^2 para $K = 2.500 \text{ kg/mm}$ (ambientes corrosivos, con barras lisas de acero ordinario)

\emptyset	A	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10	n = 11	n = 12
5	2.333	5,3	10,7	16,1	21,4	26,8	32,1	37,5	42,9	48,2	53,6	58,9	64,3
6	2.300	6,5	13	19,6	26,1	32,6	39,1	45,6	52,2	58,7	65,2	71,7	78,3
8	2.233	9	17,9	26,9	35,8	44,8	53,7	62,7	71,6	80,6	89,6	98,5	107
10	2.167	11,5	23,1	34,6	46,1	57,7	69,2	80,8	92,3	104	115	127	138
12	2.100	14,3	28,6	42,9	57,1	71,4	85,7	100	114	129	143	157	171
16	1.967	20,3	40,7	61	81,3	102	122	142	163	183	203	224	244
20	1.917	26,1	52,2	78,2	104	130	156	183	209	235	261	287	313
25	1.917	32,6	65,2	97,8	130	163	196	228	261	293	326	359	391
30	1.917	39,1	78,2	117	156	196	235	274	313	352	391	430	469
35	1.917	45,6	91,3	137	183	228	274	319	365	411	456	502	548
40	1.917	52,2	104	156	209	261	313	365	417	469	522	574	626

NOTA

Los valores del cuadro coinciden con la limitación impuesta a B_7 en el caso $U = U_n$. Caso contrario, deben multiplicarse por $U : U_n$.

CUADRO NUMERO 5

$$\text{Valores del factor de eficacia } \varphi = \frac{0,9}{s:h} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$$

$\frac{s}{h}$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 35^\circ$	$\alpha = 40^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 50^\circ$	$\alpha = 55^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 65^\circ$	$\alpha = 70^\circ$	$\alpha = 75^\circ$	$\alpha = 80^\circ$	$\alpha = 85^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
0,10	12,29	12,53	12,68	12,73	12,68	12,53	12,29	11,96	11,53	11,02	10,43	9,75	9,00
0,15	8,20	8,36	8,45	8,48	8,45	8,36	8,20	7,97	7,69	7,35	6,95	6,50	6,00
0,20	6,15	6,27	6,34	6,36	6,34	6,27	6,15	5,98	5,77	5,51	5,21	4,87	4,50
0,25	4,92	5,01	5,07	5,09	5,07	5,01	4,92	4,78	4,61	4,41	4,17	3,90	3,60
0,30	4,10	4,18	4,23	4,24	4,23	4,18	4,10	3,99	3,84	3,67	3,47	3,25	3,00
0,35	3,51	3,58	3,62	3,64	3,62	3,58	3,51	3,42	3,30	3,15	2,98	2,79	2,57
0,40	3,07	3,13	3,17	3,18	3,17	3,13	3,07	2,99	2,88	2,76	2,61	2,44	2,25
0,45	2,73	2,78	2,82	2,83	2,82	2,78	2,73	2,66	2,56	2,45	2,32	2,17	2,00
0,50	2,46	2,51	2,54	2,55	2,54	2,51	2,46	2,39	2,31	2,20	2,09	1,95	1,80
0,55	2,23	2,28	2,30	2,31	2,30	2,28	2,23	2,17	2,10	2,00	1,90	1,77	1,64
0,60	2,05	2,09	2,11	2,12	2,11	2,09	2,05	1,99	1,92	1,84	1,74	1,62	1,50
0,65	1,89	1,93	1,95	1,96	1,95	1,93	1,89	1,84	1,77	1,70	1,60	1,50	1,38
0,70	1,76	1,79	1,81	1,82	1,81	1,79	1,76	1,71	1,65	1,57	1,49	1,39	1,29
0,75	1,64	1,67	1,69	1,70	1,69	1,67	1,64	1,59	1,54	1,47	1,39	1,30	1,20
0,80	1,54	1,57	1,58	1,59	1,58	1,57	1,54	1,49	1,44	1,38	1,30	1,22	
0,85	1,45	1,47	1,49	1,50	1,49	1,47	1,45	1,41	1,36	1,30	1,23		
0,90	1,37	1,39	1,41	1,41	1,41	1,39	1,37	1,33	1,28	1,22			
0,95	1,29	1,32	1,33	1,34	1,33	1,32	1,29	1,26	1,21	1,16			
1,00	1,23	1,25	1,27	1,27	1,27	1,25	1,23	1,20	1,15				
1,05	1,17	1,19	1,21	1,21	1,21	1,19	1,17	1,14					
1,10	1,12	1,14	1,15	1,16	1,15	1,14	1,12	1,09					
1,15	1,07	1,09	1,10	1,11	1,10	1,09	1,07						
1,20	1,02	1,04	1,06	1,06	1,06	1,04							
1,25	0,98	1,00	1,01	1,02	1,01	1,00							
1,30	0,95	0,96	0,97	0,98	0,97								
1,35	0,91	0,93	0,94	0,94	0,94								
1,40	0,88	0,89	0,91	0,91									
1,45	0,85	0,86	0,87	0,88									
1,50	0,82	0,84	0,84	0,85									
1,55	0,79	0,81	0,82										
1,60	0,77	0,78	0,79										
1,65	0,74	0,76	0,77										
1,70	0,72	0,74											
1,75	0,70	0,72											
1,80	0,68	0,70											
1,85	0,66												
1,90	0,65												
1,95	0,63												
2,00	0,61												
2,05	0,60												

Valores de U'' en toneladas, para barras lisas de acero ordinario

\emptyset	A	n = 1	n = 2	n = 4
5	2.333	0,46	0,91	1,83
6	2.300	0,65	1,30	2,60
8	2.233	1,12	2,25	4,49
10	2.167	1,70	3,40	6,80
12	2.100	2,37	4,75	9,50
16	1.967	3,96	7,91	15,80
20	1.917	6,02	12,00	24,10
25	1.917	9,41	18,80	37,60
30	1.917	13,50	27,10	54,20
35	1.917	18,40	36,90	73,80
40	1.917	24,10	48,20	96,40

α = inclinación respecto al eje longitudinal de la pieza.

s = separación medida en la dirección del eje longitudinal de la pieza.

NOTAS

- 1) En el caso particular de que exista solamente una barra levantada (aparte de los estribos), el valor de s puede tomarse igual a la longitud de la proyección de la barra levantada sobre el eje.
- 2) Los valores que aparecen en este cuadro cumplen todos la condición $s \leq 0,75 h (1 + \text{ctg } \alpha)$ impuesta en el apartado 3.25.1.

CUADRO NUMERO 6

Valores de T_a en toneladas para cercos simples (dos barras eficaces), verticales, de acero ordinario, de diámetro \varnothing y separación s (*)

$\frac{s}{h}$	$\varnothing = 5$	$\varnothing = 6$	$\varnothing = 8$	$\varnothing = 10$	$\varnothing = 12$	$\varnothing = 16$
0,100	8,19	11,70	20,20	30,60	42,70	71,20
0,125	6,55	9,36	16,20	24,50	34,20	57,00
0,150	5,46	7,80	13,50	20,40	28,50	47,50
0,175	4,68	6,69	11,60	17,50	24,40	40,70
0,200	4,09	5,85	10,10	15,30	21,40	35,60
0,225	3,64	5,20	9,00	13,60	19,00	31,60
0,250	3,28	4,68	8,10	12,20	17,10	28,50
0,275	2,98	4,25	7,36	11,10	15,50	25,90
0,300	2,73	3,90	6,75	10,20	14,20	23,70
0,325	2,52	3,60	6,23	9,41	13,10	21,90
0,350	2,34	3,34	5,79	8,74	12,20	20,30
0,375	2,18	3,12	5,40	8,16	11,40	19,00
0,400	2,05	2,92	5,06	7,65	10,70	17,80
0,425	1,93	2,75	4,76	7,20	10,10	16,70
0,450	1,82	2,60	4,50	6,80	9,50	15,80
0,475	1,72	2,46	4,26	6,44	9,00	15,00
0,500	1,64	2,34	4,05	6,12	8,55	14,20
0,525	1,56	2,23	3,86	5,83	8,14	13,60
0,550	1,49	2,13	3,68	5,56	7,77	12,90
0,575	1,42	2,03	3,52	5,32	7,43	12,40
0,600	1,36	1,95	3,37	5,10	7,12	11,90
0,625	1,31	1,87	3,24	4,90	6,84	11,40
0,650	1,26	1,80	3,11	4,71	6,58	10,90
0,675	1,21	1,73	3,00	4,53	6,33	10,50
0,700	1,17	1,67	2,89	4,37	6,11	10,20
0,725	1,13	1,61	2,79	4,22	5,90	9,82
0,750	1,09	1,56	2,70	4,08	5,70	9,49

(*) Los valores de este cuadro incluyen la doble sección que trabaja en los cercos.

N O T A

Los valores que aparecen en este cuadro cumplen todos la condición $s \leq 0,75 h (1 + \text{ctg } \alpha)$ impuesta en el apartado 3.25.1.

apéndice 3.7
**(determinación práctica del coeficiente
de mayoración C_M)**

apéndice 3.7

por Alfredo Páez

El valor del coeficiente de seguridad depende de las características propias, no sólo de la estructura, sino incluso del elemento o pieza que se considera.

Sólo en determinados casos puede estimarse "a priori" el valor más adecuado de dicho coeficiente. Si se imagina una serie de elementos, sensiblemente iguales, sometidos a unas análogas condiciones de carga, fácilmente se intuye que también el coeficiente de seguridad debe presentar unos valores sensiblemente iguales. Al pasar de uno a otro caso, se modificarán ligeramente los datos y, si bien los resultados no serán rigurosamente idénticos, podrán unificarse todos ellos en un valor común, admitiendo, evidentemente, unas ciertas tolerancias.

No obstante, puede darse el caso de que la pieza o estructura que se estudia no sea asimilable a ninguno de los tipos estudiados, bien porque su funcionamiento o características peculiares no correspondan a las de aquellos elementos que aparecen tabulados, o bien porque sus grandes dimensiones aconsejen la realización de un estudio directo y particular.

El coeficiente C de seguridad total del hormigón, respecto a su carga de rotura, se compone de dos factores:

$$C = C_M \cdot C_b$$

el primero de los cuales, C_M , posee el carácter de factor multiplicador de esfuerzos, mientras que el segundo se aplica como divisor de resistencias:

$$\underline{R} = \frac{R_k}{C_b}$$

en cuya expresión, R_k es la resistencia característica del hormigón, y \bar{R} , su resistencia minorada de cálculo.

De acuerdo con este criterio, las secciones se dimensionarán a rotura, bajo unas sollicitaciones pésimas, iguales a C_M veces las previstas, admitiendo que la resistencia del hormigón es igual a la minorada \bar{R} , o sea, suponiendo que, bajo esa sollicitación, la resistencia límite del hormigón es \bar{R} .

Una vez fijado el coeficiente de seguridad parcial C_b , con arreglo a las normas prescritas en el artículo 3.2, basta con determinar el coeficiente de seguridad total C , para que el coeficiente $C_M = C : C_b$, multiplicador de los esfuerzos, quede perfectamente definido*.

Del mismo modo que para deducir los esfuerzos que sollicitan una sección dada es preciso conocer las dimensiones de los distintos elementos, para calcular el coeficiente de seguridad C es necesario que la estructura esté definida, al menos en sus líneas generales (distribución de luces, valor aproximado de las cargas permanentes, etc.). La precisión requerida es muy pequeña ya que, como fácilmente se intuye, las diferencias entre los valores de los coeficientes de seguridad de dos estructuras parecidas son, prácticamente, despreciables.

En consecuencia, para determinar el coeficiente de seguridad C , bastará conocer:

- 1.º Relación aproximada entre las cargas variables (sobrecargas) y las cargas permanentes que actúan sobre el elemento cuyo coeficiente de seguridad se desea determinar.
- 2.º Volumen, expresado en metros cúbicos de hormigón, del elemento o pieza en cuestión.

Además de estos datos, influyen notablemente sobre el valor adecuado del coeficiente de seguridad, un conjunto de variables, características del proyecto y del proceso de ejecución de la obra. Es indudable que una obra que se prevé ha de estar poco vigilada, debe dimensionarse con un margen de seguridad más amplio, para cubrir, en lo posible, los riesgos que se derivan de una defectuosa realización, pudiéndose decir otro tanto de aquellos casos en los que los materiales empleados sean más o menos dudosos, en cuanto a su comportamiento resistente.

Dada la circunstancia de que en la primera parte de esta Instrucción H.A.61 se precisan las condiciones a las cuales debe

* Como más adelante se justifica, para calcular C_M a partir de C , de acuerdo con el método que aquí se expone, debe tomarse siempre $C_b = 1,5$.

ajustarse la ejecución de la obra, se hace posible simplificar el método general, al quedar definidos, por la aplicación de la citada Norma, el grado de vigilancia y calidad de la ejecución.

Para completar el conjunto de datos necesarios en el cálculo del coeficiente de seguridad, sólo falta por considerar la importancia de los posibles daños a los cuales puede dar lugar el hundimiento de la estructura que se proyecta. Cuanto mayores sean las proporciones de estos daños, mayor deberá ser el coeficiente de seguridad C. Fácilmente se comprende que, para valorar el coeficiente C, será preciso valorar estos daños, por ser aquél función de éstos.

Por sencillez y para manejar magnitudes homogéneas, se ha seguido el criterio de estimar estos daños, partiendo de los datos estadísticos disponibles, expresando su valor en metros cúbicos de hormigón, como unidad monetaria. De este modo se evita el tener que recurrir a la imprecisa valoración de la obra, para comparar su presupuesto con la también imprecisa valoración de los daños en moneda corriente, con todos los inconvenientes de su fluctuación, modificación de precios unitarios, etc.

En el adjunto cuadro I, se resume esta valoración de daños previsible. Su deducción se ha basado, tanto en las estadísticas sobre las pérdidas, humanas y materiales, causadas por los hundimientos, como en los datos recopilados sobre primas de accidentes y los que se usan en la técnica de seguros para transportes aéreos, marítimos, por carretera, y por ferrocarril.

CUADRO I.

Viviendas	100 m ³ de hormigón por m ² de superficie
Oficinas	100 m ³ de hormigón por m ² de superficie
Salas de espectáculos	150 m ³ de hormigón por m ² de superficie
Naves industriales	50 m ³ de hormigón por m ² de superficie
Puentes carreteros:	
Poca altura	70 m ³ de hormigón por m ² de tablero
Gran altura	100 m ³ de hormigón por m ² de tablero
Puentes ferroviarios:	
Poca altura	2.000 m ³ de hormigón por m.l. de vía
Gran altura	3.000 m ³ de hormigón por m.l. de vía

Multiplicando estos volúmenes unitarios por la superficie del piso o pisos, tablero, etc., se obtiene un volumen total de hormi-

gón V_D , equivalente o representativo de los daños que causaría el posible, aunque improbable, hundimiento.

Finalmente, no hay que olvidar que la sobrecarga actúa sobre la estructura. Cuanto más pequeña sea aquélla, en comparación con el peso propio, más amortiguadas serán las variaciones de los esfuerzos que actúan sobre el elemento resistente y, por consiguiente, menos importancia tendrá la presencia de una sobrecarga excepcional.

Con el fin de simplificar el cálculo, es conveniente sustituir el peso de la sobrecarga, supuesta uniformemente repartida, por el peso equivalente de un volumen de hormigón V_s .

En resumen, los factores que hay que considerar para valorar el coeficiente de seguridad son:

V_D ; representa un volumen de hormigón equivalente a los daños previsibles. El cuadro I permite su inmediata deducción.

V_s ; representa el volumen de hormigón cuyo peso es equivalente al peso de las sobrecargas, o a su empuje.

V_m ; representa el volumen de hormigón que gravita, como las sobrecargas, sobre la pieza, o grupo de piezas que se consideran, pero con exclusión del peso propio de estos últimos elementos. Se refiere, por decirlo de otro modo, a la carga muerta que actúa sobre el grupo estructural o pieza, cuyo coeficiente de seguridad se desea averiguar.

V_p ; representa el volumen de hormigón del propio elemento, o elementos resistentes, que integran el citado grupo funcional. La variación de este volumen con el coeficiente de seguridad no debe preocupar, pues se tendrá en cuenta, en la forma que más adelante se indica, con ayuda del cuadro III.

El valor de las constantes

$$\alpha = 1 + \frac{V_m}{V_s}$$

$$\beta = \frac{V_p}{V_s}$$

queda, en virtud de estas definiciones, completamente determinado. Ambas constantes representan la importancia de la variación de las sobrecargas en la variación de los esfuerzos.

Una vez en posesión de estos datos

$$\alpha, \beta, V_m, V_p, V_s, V_D$$

puede emprenderse ya el proceso operatorio; pero antes de comenzar conviene repetir que, en buena lógica, no existe ninguna razón fundamental que obligue a adoptar un mismo coeficiente de seguridad para todos los elementos o, por mejor decir, para todas las partes funcionales de una misma estructura. En general, dicho coeficiente será distinto para el forjado que para las viguetas o largueros; y distintos serán, a su vez, los correspondientes a soportes, de los correspondientes a vigas o elementos principales.

Una vez definidos estos valores, la marcha operatoria es completamente automática. Basta con ir rellenando las sucesivas casillas del adjunto cuadro II, en cuya cabecera aparecen los datos consignados anteriormente:

CUADRO II.

$V_s =$	$V_m =$	$V_p =$	$V_D =$	$\alpha =$	$\beta =$
Coeficiente de seguridad total C					
$k_2 = f(C)$ (véase cuadro III)					
$k_3 = \alpha + k_2 \beta$					
$k_4 = V_m + k_2 V_p$					
$k_5 = k_4 + V_D$					
P = f (C , k_5) (véase ábaco)					
$V_T = k_4 + P k_5$					

En la primera fila se escriben los diversos valores del coeficiente de seguridad C que se quieren tantear; por ejemplo: 2,0; 2,1; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5.

En correspondencia con los valores de C, inscritos en la primera fila, se anotan los coeficientes k_2 dados por el adjunto cuadro III. Estos coeficientes representan la variación unitaria del coste de los elementos o piezas, cuando se modifica el coeficiente de seguridad.

Multiplicando estos coeficientes k_2 por la constante β que figura en la cabecera del cuadro, y sumando al producto la constante α , ya calculada, se rellena la tercera fila, de valores k_3 .

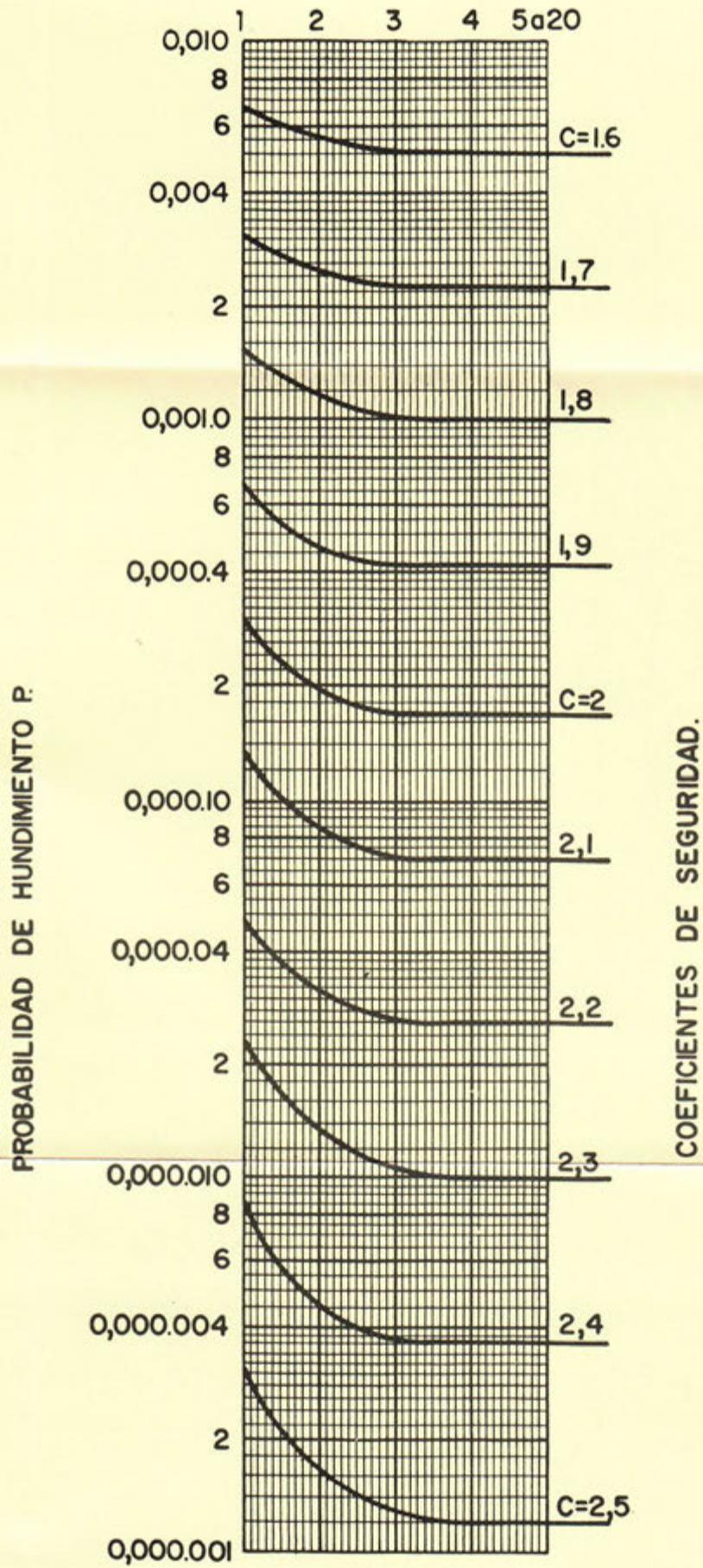
La cuarta fila se deduce, de un modo análogo, multiplicando por k_2 el volumen V_p del elemento que se considera y sumando al resultado, el volumen V_m de los elementos o piezas que constituyen la carga muerta.

La quinta fila se obtiene sumando el volumen V_D , representativo de los daños, al valor k_4 obtenido en la fila anterior.

CUADRO III.

Valores de C	Valores del coeficiente k_2				
	Forjados, bóvedas y arcos	Vigas	Soportes de altura h		
			h < 10 m	h = 20 m	h = 30 m
1,5	0,629	0,660	0,500	0,471	0,451
1,6	0,655	0,684	0,533	0,505	0,489
1,7	0,681	0,708	0,567	0,540	0,521
1,8	0,707	0,732	0,600	0,574	0,556
1,9	0,733	0,756	0,633	0,609	0,591
2,0	0,759	0,780	0,667	0,643	0,626
2,1	0,785	0,804	0,700	0,678	0,661
2,2	0,810	0,827	0,733	0,712	0,696
2,3	0,835	0,850	0,767	0,748	0,733
2,4	0,859	0,872	0,800	0,783	0,770
2,5	0,884	0,895	0,833	0,818	0,807
2,6	0,908	0,917	0,867	0,855	0,845
2,7	0,933	0,939	0,900	0,890	0,883
2,8	0,956	0,959	0,933	0,926	0,921
2,9	0,980	0,981	0,967	0,964	0,961
3,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
3,1	1,027	1,023	1,033	1,037	1,040
3,2	1,050	1,044	1,067	1,075	1,081
3,3	1,073	1,064	1,100	1,112	1,122
3,4	1,096	1,085	1,133	1,151	1,165
3,5	1,119	1,105	1,167	1,189	1,207
3,6	1,141	1,124	1,200	1,228	1,251
3,7	1,163	1,143	1,233	1,267	1,295
3,8	1,185	1,163	1,267	1,306	1,339
3,9	1,207	1,182	1,300	1,345	1,383
4,0	1,230	1,201	1,333	1,384	1,427
4,1	1,251	1,220	1,367	1,425	1,474
4,2	1,273	1,238	1,400	1,466	1,522
4,3	1,295	1,257	1,433	1,506	1,569
4,4	1,317	1,276	1,467	1,547	1,616
4,5	1,339	1,295	1,500	1,588	1,663
4,6	1,360	1,314	1,533	1,630	1,714
4,7	1,381	1,332	1,567	1,673	1,766
4,8	1,402	1,351	1,600	1,715	1,817
4,9	1,422	1,369	1,633	1,758	1,869
5,0	1,446	1,388	1,667	1,800	1,920
5,5	1,551	1,476	1,833	2,020	2,192
6,0	1,654	1,564	2,000	2,250	2,493
6,5	1,750	1,641	2,167	2,490	2,811
7,0	1,857	1,733	2,333	2,739	3,187

VALORES DE K_3



La probabilidad de hundimiento, es función del coeficiente de seguridad C y del coeficiente k_3 . El ábaco adjunto determina esta probabilidad en función de los valores citados (filas 1 y 3).

Por último, multiplicando los valores de P (fila sexta) por k_5 (fila quinta) y sumando al producto el valor k_4 , se obtiene la fila séptima.

Los valores V_T de esta fila tienen un significado especial. El sumando k_4 representa el valor de la obra, expresado en metros cúbicos de hormigón. El producto de la probabilidad de hundimiento P , por k_5 (suma del coste de la obra y de los daños causados por el accidente de probabilidad P), expresa la prima aseguradora de un riesgo k_5 muy remoto. La suma, V_T , tiene el significado del coste total de la obra asegurada. Cuanto menor sea el coeficiente de seguridad C , menor será el coste de la obra, pero mayor la prima aseguradora, por ser mayor la probabilidad de su hundimiento. El coeficiente de seguridad C más conveniente es aquel que conduce a un mínimo valor de V_T .

Dicho de otro modo, el valor del coeficiente de seguridad total C buscado es, de todos los inscritos en la primera fila, aquel que se corresponde con la más pequeña de las cantidades obtenidas en la fila séptima.

Conviene advertir que, en general, no es conveniente afinar el coeficiente de seguridad C en más de una décima, toda vez que la forzosa incertidumbre en la estimación de los daños causados impone una fluctuación del orden de las centésimas. Por consiguiente, cuando se conozca "a priori" el campo de variabilidad, o los límites entre los cuales debe estar acotado el valor de C solución, pueden tantearse, inicialmente, los cinco o seis valores que, con un intervalo de una décima, deben contener la solución. Cuando, por el contrario, los límites de probable oscilación sean un poco indeterminados, puede ser más conveniente tantear valores con un intervalo de dos décimas y representar después el gráfico de los costes totales V_T , en función de los respectivos valores de C , gráfico que, con suficiente aproximación, definirá el valor mínimo de V_T y, en correspondencia, el oportuno coeficiente de seguridad C , solución del problema propuesto.

Puede ocurrir que, en el campo de valores de C ensayados, todos los valores de V_T sean crecientes o decrecientes, sin pasar por un mínimo. Esta situación expresa que ninguno de los va-

lores tanteados es el correcto y que se hace necesario ampliar los tanteos, en el sentido de los valores decrecientes de V_T , hasta alcanzar el mínimo.

Dividiendo el coeficiente de seguridad total C por el coeficiente de seguridad parcial C_b , que se aplica al hormigón para reducir la resistencia, se deduce el coeficiente de seguridad parcial C_M que multiplica las sobrecargas:

$$C_M = \frac{C}{C_b}$$

Ahora bien: teniendo en cuenta que el coeficiente de seguridad parcial C_b , relativo al hormigón, sufre variaciones muy pequeñas cuando, de acuerdo con esta Instrucción, se aplica como divisor de la resistencia característica; y como, además, el ábaco de probabilidades utilizado para la deducción de C se ha calculado a partir de hormigones de dispersión análoga a la de los prefabricados, resulta posible adoptar siempre, para la deducción de C_M , el valor $C_b = 1,5$, típico de dichos hormigones prefabricados. De esta forma, en todos los casos se tendrá

$$C_M = \frac{C}{1,5}$$

No obstante, para la deducción de las resistencias minoradas de los materiales utilizados, se seguirán observando las prescripciones de los artículos 3.2 y 3.4.

En resumen: los coeficientes de seguridad parciales, C_b y C_s , que dividen la resistencia característica del hormigón y el límite elástico característico del acero, respectivamente, para deducir las resistencias minoradas, se determinarán con arreglo a lo prescrito en los artículos 3.2 y 3.4 de esta Instrucción, y el valor de C_M se deducirá, siempre, de la fórmula:

$$C_M = \frac{C}{1,5}$$

EJEMPLO

Con el fin de aclarar posibles dudas, a continuación se incluye el cálculo, con arreglo a los métodos que quedan expuestos, de los coeficientes de seguridad correspondientes a un caso concreto.

Sea, por ejemplo, un puente carretero, de gran altura, constituido por un arco de hormigón, sobre el que se elevan los soportes, en los cuales se apoya el tablero; es decir, un puente en arco, con tablero superior y tímpanos aligerados.

Se supone que los datos de partida son los siguientes:

Cubicaciones previsibles

	Valores de V_p
Tablero (400 m ² de superficie)	50 m ³
Largueros	50 m ³
Soportes en tímpanos (de 8 m de altura máxima).	130 m ³
Arcos gemelos	400 m ³
Pavimento	68 m ³

Sobrecarga equivalente

	Valor de V_g
Peso total de la sobrecarga con tramo totalmente ocupado: 250 t	$250 : 2,5 = 100 \text{ m}^3$

Se desean determinar los valores del coeficiente de seguridad total C y del parcial C_M que deberán aplicarse al cálculo del tablero, de los soportes en tímpanos, y de los arcos gemelos, de dicho puente.

* * *

Con arreglo al cuadro I, el volumen de hormigón equivalente

a los daños previsibles en esta obra (puente carretero, de gran altura y 400 m² de superficie de tablero) será:

$$V_D = 100 \times 400 = 40.000 \text{ m}^3$$

Los valores adecuados de los coeficientes de seguridad, para cada uno de los distintos elementos, serán los siguientes:

A.—TABLERO

1. Determinación de los valores de las constantes de encabezamiento del cuadro II.

$V_s = 100 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón equivalente a la sobrecarga del tramo).

$V_m = 68 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón que gravita sobre la pieza. En este caso, el equivalente al pavimento).

$V_p = 50 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón del propio elemento. En este caso, el tablero).

$V_D = 40.000 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón equivalente a los daños previsibles).

$$\alpha = 1 + \frac{V_m}{V_s} = 1 + \frac{68}{100} = 1,68$$

$$\beta = \frac{V_p}{V_s} = \frac{50}{100} = 0,5$$

2. Cálculo del coeficiente de seguridad total C.

	$V_s = 100$	$V_m = 68$	$V_p = 50$	$V_D = 40.000$	$\alpha = 1,68$	$\beta = 0,5$
C	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
k_2	0,759	0,785	0,810	0,835	0,859	0,884
$k_3 = \alpha + \beta k_2$	2,0595	2,0725	2,0850	2,0975	2,1095	2,1220
$k_4 = V_m + k_2 V_p$	105,95	107,25	108,50	109,75	110,95	112,20
$k_5 = k_4 + V_D$	40.105,95	40.107,25	40.108,50	40.109,75	40.110,95	40.112,20
P	0,000190	0,000082	0,000030	0,0000125	0,0000045	0,0000016
$V_T = k_4 + P k_5$	113,17	110,54	109,70	110,25	111,13	112,26

Los valores de k_2 se han sacado del cuadro III, columna correspondiente a forjados, y los de la probabilidad P de hundimiento se han obtenido utilizando el ábaco incluido en el texto, en función de C y k_3 .

Como se ve, el valor mínimo de V_T es 109,70, que corresponde al coeficiente de seguridad 2,2. Por tanto, se tendrá:

Coeficiente de seguridad total: $C = 2,2$

3. Cálculo del coeficiente de seguridad parcial C_M .

$$C_M = \frac{C}{1,5} = \frac{2,2}{1,5} = 1,47 \simeq 1,5$$

B.—SOPORTES EN TIMPANOS

1. Determinación de los valores de las constantes de encauzamiento del cuadro II.

$V_s = 100 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón equivalente a la sobrecarga del tramo).

$V_m = 68 + 50 + 50 = 168 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón que gravita sobre la pieza. En este caso, el equivalente a: pavimento + tablero + largueros).

$V_p = 130 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón del propio elemento. En este caso, soportes).

$V_D = 10.000 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón equivalente a los daños previsibles).

$$\alpha = 1 + \frac{V_m}{V_s} = 1 + \frac{168}{100} = 2,68$$

$$\beta = \frac{V_p}{V_s} = \frac{130}{100} = 1,30$$

2. Cálculo del coeficiente de seguridad total C.

Los valores de k_2 se toman del cuadro III, columna correspondiente a soportes de altura inferior a los 10 m; y los de la probabilidad de hundimiento P, se obtienen utilizando el ábaco incluido en el texto, en función de C y k_3 .

	$V_s = 100$	$V_m = 168$	$V_p = 130$	$V_D = 40.000$	$\alpha = 2,68$	$\beta = 1,5$
C	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3
k_2	0,600	0,634	0,667	0,700	0,733	0,767
$k_3 = \alpha + \beta k_2$	3,4600	3,5042	3,5471	3,5900	3,6329	3,6771
$k_4 = V_m + k_2 V_p$	246,00	250,42	254,71	259,00	263,29	267,71
$k_5 = k_4 + V_D$	40.246,00	40.250,42	40.254,71	40.259,00	40.263,29	40.267,71
P	0,001	0,000405	0,000265	0,000070	0,000026	0,000010
$V_T = k_4 + P k_5$	286,25	266,72	265,38	261,82	264,31	268,11

Como se ve, el valor mínimo de V_T es 261,82, que corresponde al valor $C = 2,1$. Por tanto, se tendrá:

Coefficiente de seguridad total: $C = 2,1$

3. Cálculo del coeficiente de seguridad parcial C_M .

Conforme a lo indicado en el texto, el valor del coeficiente de seguridad parcial C_M , multiplicador de las sobrecargas, será en este caso:

$$C_M = \frac{C}{1,5} = \frac{2,1}{1,5} = 1,4$$

C.—ARCOS GEMELOS

1. Determinación de los valores de las constantes de encauzamiento del cuadro II.

$V_s = 100 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón equivalente a la sobrecarga del tramo).

$V_m = 68 + 50 + 50 + 130 = 298 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón que gravita sobre la pieza. En este caso, el equivalente a: pavimento + tablero + largueros + soportes en tímpanos).

$V_p = 400 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón del propio elemento. En este caso, arcos).

$V_D = 40.000 \text{ m}^3$ (volumen de hormigón equivalente a los daños previsibles).

$$\alpha = 1 + \frac{V_m}{V_s} = 1 + \frac{298}{100} = 3,98$$

$$\beta = \frac{V_p}{V_s} = \frac{400}{100} = 4$$

2. Cálculo del coeficiente de seguridad total, C:

	$V_s = 100$	$V_m = 298$	$V_p = 400$	$V_D = 40.000$	$\alpha = 3,98$	$\beta = 4$
C	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3
k_2	0,707	0,733	0,759	0,785	0,810	0,835
$k_3 = \alpha + \beta k_2$	6,808	6,912	7,016	7,120	7,220	7,320
$k_4 = V_m + k_2 V_p$	580,8	591,2	601,6	612,0	622,0	632,0
$k_5 = k_4 + V_D$	40.580,8	40.591,2	40.601,6	40.612,0	40.622,0	40.632,0
P	0,001	0,000405	0,000265	0,000070	0,000026	0,000010
$V_T = k_4 + P k_5$	631,38	607,64	612,34	614,84	623,06	632,41

En este caso, los valores de k_2 se han sacado del cuadro III, columna correspondiente a arcos, y los de la probabilidad de hundimiento P, se han obtenido, utilizando el ábaco incluido en el texto, en función de C y k_3 .

Como se ve, el valor mínimo de V_T es 607,64, que corresponde al valor $C = 1,9$. Por tanto, se tendrá:

Coefficiente de seguridad total: $C = 1,9$

3. Cálculo del coeficiente de seguridad parcial C_M .

Conforme a lo indicado en el texto, el valor que, en este caso, debe tomarse para el coeficiente de seguridad parcial C_M , multiplicador de las sobrecargas, será:

$$C_M = \frac{C}{1,5} = \frac{1,9}{1,5} = 1,27 \approx 1,3$$

D.—RESULTADOS FINALES

Del estudio realizado sobre la seguridad de la estructura propuesta, se deduce que los factores por los cuales deben multiplicarse las sollicitaciones previstas, al efectuar el cálculo en rotura de los distintos elementos, son los siguientes:

	Coeficiente de mayoración C_M
Para el cálculo del tablero	1,5
Para el cálculo de los soportes en tímpanos.	1,4
Para el cálculo de los arcos gemelos	1,3

De los artículos 3.2 y 3.4 se deduce que los factores por los cuales deben dividirse las resistencias características de los materiales, al efectuar el cálculo en rotura de los distintos elementos, son los siguientes:

	Coeficientes de minoración C_m
Para el acero	$C_a = 1,2$
Para el hormigón en tablero y arcos	$C_b = 1,6$
Para el hormigón en soportes	$C_b = 1,6 : 0,9 = 1,78 \approx 1,8$

apéndice al anejo de cálculo
(ejemplos de aplicación)

A continuación se incluyen varios ejemplos para ilustrar la aplicación de las fórmulas del Anejo de Cálculo. Estos ejemplos no quieren ser casos aislados, sin relación entre sí, sino que, en cierto modo, forman una cadena que barre los distintos casos que pueden presentarse. Su lectura completa puede aclarar y facilitar la comprensión del verdadero espíritu del método del momento tope.

Es necesario advertir que, en estos ejemplos, no se intenta recoger todas las prescripciones de la Instrucción, sino que únicamente se trata de aclarar la aplicación práctica de las fórmulas establecidas para el cálculo de secciones por el método del momento tope y para la comprobación de las condiciones de fisuración. De todo lo relativo a tipos de carga, coeficientes de seguridad, cálculo a esfuerzo cortante y otra serie de factores que, en un proyecto real, hay que tener siempre en cuenta, se ha prescindido, intencionadamente, por razones de sencillez.

Datos de partida.

En todos los ejemplos que a continuación se incluyen se ha supuesto que se dispone de un hormigón de resistencia característica $R_c = 200 \text{ kg/cm}^2$ y de un acero ordinario; y que se desea dimensionar la armadura de tracción U de una sección (V. F. 1) de las siguientes características

$$\begin{aligned} b &= 0,18 \text{ m} \\ h_t &= 0,45 \text{ m} \\ W' &= 4 \text{ } \varnothing \text{ } 20 \\ r' &= 0,04 \text{ m} \end{aligned}$$

sometida a una sollicitación pésima \underline{N}, e_o , que, en cada caso, está constituida por una distinta pareja de valores \underline{N}, e_o .

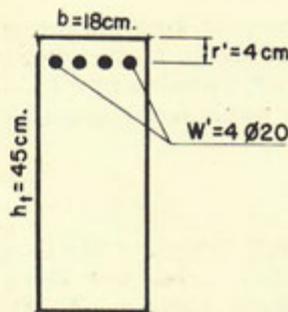


Fig. 1.

Comprobación previa.

Según el apartado 3.2.1, la condición $R_k \geq R_L$ se cumple, por tratarse de acero ordinario.

Resistencia minorada.

$$\underline{R} = \frac{R_k}{1,6} = \frac{200}{1,6} = 125 \text{ kg/cm}^2$$

Si se tratase de una pieza prefabricada, sería de aplicación el apartado 3.2.3.

Si se tratase de un soporte, sería de aplicación el apartado 3.2.4.

Armadura de compresión.

Su recubrimiento está de acuerdo con el apartado 1.17.5, si se supone atmósfera no agresiva.

Del cuadro número 1 del Anejo de Cálculo obtenemos:

$$U' = 21,1 \text{ t}$$

Comprobamos que se satisfacen las condiciones $U' \leq 0,75 \underline{R}B$ (V.A. 3.24.1) y $\underline{A}' \leq 3,750 \text{ kg/cm}^2$ (V.A. 3.24.2).

EJEMPLO NÚM. 1.

Solicitud pésima:

$$\begin{aligned} e_o &= \infty \\ \underline{N} &= 0 \\ \underline{N} \cdot e_o &= \underline{M} = 16 \text{ m} \cdot \text{t} \end{aligned}$$

Se trata de un caso de flexión simple con armadura de compresión U' dada (apartado A, fórmulas 7 a 9).

Hay que presuponer, inicialmente, la posición del c. de g. de U . Comenzamos suponiendo r igual al 10 % de h_t .

Primer tanteo:

$$\begin{aligned} r &= 0,1 \times 0,45 = 0,045 \text{ m} \\ h &= 0,45 - 0,045 = 0,405 \text{ m} \\ h' &= 0,405 - 0,04 = 0,365 \text{ m} \\ V &= \underline{R}bh = 0,125 \times 18 \times 40,5 = 91,1 \text{ t} \\ 0,04 V &= 3,64 \text{ t} \end{aligned}$$

Se comienza calculando U''_n :

$$U''_n = \frac{16 - 0,375 \times 91,1 \times 0,405}{0,365} = \frac{16 - 13,82}{0,365} =$$

$$= \frac{2,18}{0,365} = 5,98 \text{ t}$$

Por tanto, $U'_n = 5,98 \text{ t}$; comprobamos que se verifica $U' > U''_n$.

Es de aplicación la fórmula [7] y conviene comenzar calculando:

$$\underline{M} - U'h' = 16 - 24,1 \times 0,365 = 16 - 8,8 = 7,2 \text{ m} \cdot \text{t}$$

(Si hubiese resultado $\underline{M} - U'h' < 0$, se aplicaría directamente la fórmula [8]).

La armadura de tracción vale:

$$U = 0,97 \frac{7,2}{0,405} \left(1 + \frac{7,2}{91,1 \times 0,405} \right) + 24,1 =$$

$$= 17,25 (1 + 0,195) + 24,1 = 44,7 \text{ t} > 3,64 \text{ t}$$

Es interesante hacer notar que el valor $(U - U')$: V representa la profundidad de la zona comprimida, referida al canto útil, es decir, $z : h = \zeta = 0,226$. Como el momento tope, en sección rectangular, corresponde a una profundidad $\zeta = 0,5$, al ser $0,226 < 0,5$, estamos en lo que, en el comentario 3.18, se denominaba "estado I". Cosa que ya sabíamos, por otra parte, puesto que la fórmula [7] corresponde a dicho "estado I".

En el cuadro núm. 1 encontramos que 44,7 t corresponden a $W = 8 \text{ } \varnothing \text{ } 20$. Pero esa armadura no puede colocarse con $r = 0,045 \text{ m}$ y es necesario un nuevo tanteo.

Segundo tanteo:

$$r = 0,05 \text{ m}$$

$$h = 0,45 - 0,05 = 0,40 \text{ m}$$

$$h' = 0,40 - 0,04 = 0,36 \text{ m}$$

$$V = 0,125 \times 18 \times 40 = 90 \text{ t}$$

$$0,04 V = 3,6 \text{ t}$$

$$U''_n = \frac{16 - 0,375 \times 90 \times 0,40}{0,36} = \frac{16 - 13,5}{0,36} =$$

$$= \frac{2,5}{0,36} = 6,95 \text{ t}$$

$$U''_n = 6,95 \text{ t} < U'. \quad \text{Vale.}$$

$$\underline{M} - U'h' = 16 - 24,1 \times 0,36 = 16 - 8,67 = 7,33 \text{ m} \cdot \text{t}$$

$$U = 0,97 \frac{7,33}{0,40} \left(1 + \frac{7,33}{0,40 \times 90} \right) + 24,1 =$$

$$= 17,8 (1 + 0,204) + 24,1 = 21,4 + 24,1 = 45,5 \text{ t} > 3,6 \text{ t}$$

Ese valor de U corresponde (V. cuadro núm. 1), como en el caso anterior, a $W = 8 \text{ } \varnothing 20$, que pueden colocarse (V.F. 2) de forma que $r = 0,05$ metros.

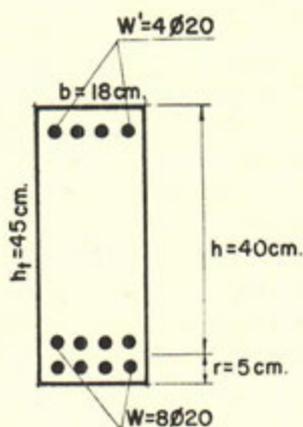


Fig. 2.

Comprobación de fisuración.

Al comprobar si la sección cumple las dos condiciones del apartado 3.15.2, se ve que la primera sí se satisface. En cuanto a la segunda, se obtiene:

$$\frac{b}{n} = \frac{18}{4} = 4,5 \text{ cm}$$

es decir, que la pieza está en buenas condiciones si ha de trabajar en ambientes protegidos o a la intemperie; pero si se trata de un ambiente agresivo, no se cumple esta segunda condición.

Supongamos que, efectivamente, se trata de un ambiente agresivo. Se comprueba, entonces, la condición correspondiente del apartado 3.15.3 y se obtiene:

$$\sqrt{R} = \sqrt{125} = 11,2$$

$$0,75 \times 11,2 = 8,4$$

$$20 > 8,4$$

Como tampoco se satisface la limitación impuesta en este apartado, es obligado recurrir a la comprobación general a que se refiere el apartado 3.15.4. De los datos de la sección que se estudia, se deduce:

$$B_r = 18 \times 10 = 180 \text{ cm}^2$$

El cuadro núm. 4 da, para $n = 8$, $\varnothing = 20$, el valor 209 cm^2 .

Como $180 < 209$, la condición de fisuración queda satisfecha y, por consiguiente, la pieza puede colocarse en ambientes agresivos.

Otra solución.

Si no se hubiese impuesto el valor $W' = 4 \varnothing 20$ de la armadura de compresión, convendría hacer (apartado B, fórmula [10])

$$U' = U'_n = 6,95 \text{ t}$$

equivalentes (V. cuadro núm. 1) a $3 \varnothing 12$

Entonces es de aplicación la fórmula [10]:

$$U = 0,5 \times 90 + 7 = 52 \text{ t} \quad ; \quad W = 9 \varnothing 20$$

Ciertamente que con $9 \varnothing 20$ ya no es $r = 5 \text{ cm}$; el canto útil h disminuye y, en rigor, habría que rehacer el cálculo. Pero como los $3 \varnothing 12$ pueden colocarse más al borde que los $4 \varnothing 20$ que antes había, el brazo h' aumenta y no es arriesgado suponer que esta solución, $W' = 3 \varnothing 12$, $W = 9 \varnothing 20$, es correcta.

Puede observarse que, en relación con la solución anterior, la armadura U ha aumentado, como era de esperar. Pero en conjunto, esta última solución es más económica:

$$\text{Primera solución: } 12 \varnothing 20 = 12 \times 3,142 = 37,7 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Segunda solución: } 3 \varnothing 12 + 9 \varnothing 20 = 3 \times 1,131 + 9 \times 3,142 = 3,4 + 28,3 = 31,7 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Economía: } 16 \%$$

EJEMPLO NÚM. 2.

Como ya se ha indicado se toman, como datos de partida, los mismos que se citan al principio de este apéndice; y se varía la sollicitación.

Sollicitación pésima (V. F. 3):

$$\begin{aligned} e_s &= 1 \text{ m} \\ \underline{N} &= 16 \text{ t} \\ \underline{N} \cdot e_s &= 16 \text{ m} \cdot \text{t} \end{aligned}$$

Se trata de un caso de flexión compuesta con armadura de compresión U' dada (apartado A, fórmulas [16 a 20]).

$$\underline{N} - U' = 16 - 24,1 < 0$$

Se está, por tanto, en el caso III.

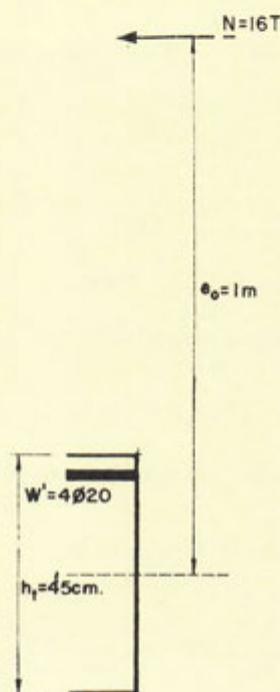


Fig. 3.

Como siempre, es necesario presuponer inicialmente la posición del c. de g. de U. Con objeto de quedar siempre del lado de la seguridad,

- para calcular e , se supone $r = 2,5$ cm, con lo que $e = 100 + 22,5 - 2,5 = 120$ cm
- para calcular h , se supone $r = 5$ cm, con lo que $h = 45 - 5 = 40$ cm*.

* Naturalmente, r sólo puede tener un valor único. No obstante, para evitar tanteos y conseguir una primera solución suficientemente aproximada y que ha de quedar siempre del lado de la seguridad, resulta cómodo recurrir a este artificio de adoptar valores distintos de r para el cálculo de e y el de h .

Se calcula:

$$0,05 \underline{N} = 0,05 \times 16 = 0,8 \text{ t}$$

$$\begin{aligned} U''_n &= \frac{16 \times 1,20 - 0,375 \times 90 \times 0,40}{0,36} = \frac{19,2 - 13,5}{0,36} = \\ &= \frac{5,7}{0,36} = 15,8 \text{ t} \end{aligned}$$

$$U'_n = 15,8 \text{ t} < U'. \quad \text{Vale.}$$

Es de aplicación la fórmula [18] y conviene comenzar calculando:

$$\underline{N}e - U'h' = 19,2 - 24,1 \times 0,36 = 19,2 - 8,67 = 10,53 \text{ m} \cdot \text{t}$$

(Si hubiese resultado $\underline{N}e - U'h' < 0$, se aplicaría directamente la fórmula [19]).

La armadura de tracción vale:

$$\begin{aligned} U &= 0,97 \frac{10,53}{0,40} \left(1 + \frac{10,53}{90 \times 0,40} \right) + 24,1 - 16 = \\ &= 25,55 (1 + 0,293) + 8,1 = 33,1 + 8,1 = 41,2 \text{ t} > 3,6 \text{ t} \end{aligned}$$

Este valor corresponde (V. cuadro núm. 1) a $W = 7 \varnothing 20$. Comprobamos que las hipótesis hechas para el valor de r son, efectivamente, seguras.

Otra solución.

Si no se hubiese impuesto el valor $W' = 4 \varnothing 20$ de la armadura de compresión, convendría hacer (apartado B):

$$U' = U'_n = 15,8 \text{ t}$$

equivalentes (V. cuadro núm. 1) a $W' = 4 \varnothing 16$.

Entonces es de aplicación la fórmula [20]:

$$U = 0,5 \times 90 + 15,8 - 16 = 14,8 \text{ t} > 3,6 \text{ t}$$

Este valor corresponde (V. cuadro núm. 1) a $W = 8 \text{ } \varnothing 20$. Como era de esperar, la armadura U ha aumentado con relación al caso anterior, pero, en conjunto, esta solución es más económica:

Primera solución: $11 \text{ } \varnothing 20 = 11 \times 3,142 = 34,6 \text{ cm}^2$.

Segunda solución: $4 \text{ } \varnothing 16 + 8 \text{ } \varnothing 20 = 4 \times 2,011 + 8 \times 3,142 = 8 + 25,2 = 33,2 \text{ cm}^2$.

Economía: 3 %.

EJEMPLO NÚM. 3.

Datos de partida.

Los mismos que en los ejemplos anteriores.
Solicitud pésima (V. F. 4):

$$\begin{aligned} e_o &= 0,05 \text{ m} \\ \underline{N} &= 80 \text{ t} \\ \underline{N} \cdot e_o &= 4 \text{ m} \cdot \text{t} \end{aligned}$$

Se trata de un caso de flexión compuesta con armadura de compresión U' dada (apartado A, fórmulas [16 a 20]).

$$\underline{N} - U' = 80 - 24,1 = 55,9 \text{ t}$$

$$0,5 \text{ V} = 0,5 \times 90 = 45 \text{ t}$$

$$0,75 \text{ V} = 0,75 \times 90 = 67,5 \text{ t}$$

Se está, por tanto, en el caso II.

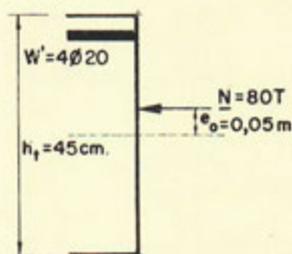


Fig. 4.

Haremos como en el ejemplo anterior:

— para calcular e , suponer $r = 2,5$ cm, con lo que $e = 5 + 22,5 - 2,5 = 25$ cm

— para calcular h , suponer $r = 5$ cm, con lo que $h = 45 - 5 = 40$ cm.

Se calcula:

$$0,05 \underline{N} = 0,05 \times 80 = 4 \text{ t}$$

$$U''_n = \frac{80 \times 0,25 - 0,375 \times 90 \times 0,40}{0,36} = \frac{20 - 13,5}{0,36} =$$

$$= \frac{6,5}{0,36} = 18 \text{ t}$$

$$U'_n = 18 \text{ t} < U'. \quad \text{Vale.}$$

Es de aplicación la fórmula [17]:

$$\left. \begin{array}{l} 0,05 \underline{N} = 4 \text{ t} \\ 0,04 \underline{V} = 3,6 \text{ t} \end{array} \right\} U = 4 \text{ t} \quad ; \quad W = 2 \text{ } \varnothing \text{ } 12$$

Como $U' > U''_n$, debe hacerse comprobación de borde. Para ello hay que utilizar los verdaderos valores de h y e .

Con $W = 2 \text{ } \varnothing \text{ } 12$ es $r = 0,018$ m; por tanto:

$$e = 0,050 + 0,225 - 0,018 = 0,257 \text{ m}$$

$$h = 0,450 - 0,018 = 0,432 \text{ m}$$

$$h' = 0,432 - 0,040 = 0,392 \text{ m}$$

De la fórmula [15] se deduce:

$$= \frac{0,375 \times 90 \times 0,432 \left(1 - \frac{18^2}{432^2}\right) + 24,1 \times 0,392}{0,75 \times 0,125 \times 18 \times 45 + 4 + 24,1} =$$

$$= \frac{24}{104,1} = 0,23 \text{ m}$$

Como $0,257 > 0,23$, la elección de borde más comprimido fué correcta.

* * *

Es interesante hacer notar que la sección así dimensionada ($W' = 4 \text{ } \varnothing 20$; $W = 2 \text{ } \varnothing 12$) no se agota para la sollicitación dada ($\underline{N} = 80 \text{ t}$; $e_o = 5 \text{ cm}$); y no es posible disminuir su armadura U , puesto que se ha hecho igual al mínimo prescrito. La sección es, en efecto, capaz de resistir más sollicitación y ello se debe al exceso de armadura de compresión.

La sollicitación de agotamiento de la sección viene dada por:

$$U' = U''_n = \frac{\underline{N} \cdot e - 0,375 Vh}{h'}$$

donde:

$$V = 0,125 \times 18 \times 43,2 = 97 \text{ t}$$

$$U' = 24,1 \text{ t}$$

$$h = 0,432 \text{ m}$$

$$h' = 0,392 \text{ m}$$

Sustituyendo, obtenemos:

$$\underline{N}e = 25,15 \text{ m} \cdot \text{t}$$

Por tanto, una fuerza $\underline{N} = 80 \text{ t}$ agotaría la sección con una excentricidad

$$e = \frac{25,15}{80} = 0,314 \text{ m}$$

equivalente a:

$$e_o = 0,314 + 0,018 - 0,225 = 0,107 \text{ m}$$

Análogamente, para una excentricidad $e_0 = 0,05$ m, equivalente a $e = 0,257$ m, la fuerza de agotamiento sería la menor de las dos siguiente:

$$\underline{N} = \frac{25,15}{0,257} = 98 \text{ t}$$

$$\underline{N} = U' + 0,75 V = 24,1 + 67,5 = 91,6 \text{ t}$$

El segundo valor, que es el que prevalece, se deduce de la condición que define el caso II en el cuerpo de fórmulas que estamos aplicando*.

* * *

Otra solución.

Si no se hubiese impuesto el valor $W' = 4 \text{ } \varnothing \text{ } 20$ de la armadura de compresión, convendría hacer (apartado B):

$$U' = U''_n = 18 \text{ t}$$

equivalentes (V. cuadro núm. 1) a $W' = 3 \text{ } \varnothing \text{ } 20$.

Hay que calcular, como antes,

$$\underline{N} - U' = 80 - 18 = 62 \text{ t}$$

con lo que se comprueba que estamos en el caso II. El valor de U será el mismo del caso anterior (fórmula [17], $U = 4 \text{ t}$), pero ahora no es necesaria la comprobación de borde. Por otra parte, la sección está estrictamente dimensionada; es decir, se agota para la sollicitación dada.

* * *

De todo lo anterior cabe deducir una interesante conclusión. Cuando se emplea la fórmula [17], si se verifica $U' \geq U''_n$ es necesaria la comprobación de borde. Pero siempre es lícito supo-

* Esta disquisición es puramente teórica, pues prescinde de la condición $U \geq 0,05 \underline{N}$ que obliga a aumentar U cuando aumenta \underline{N} . No obstante, debe recordarse que esta condición, por ser de origen puramente constructivo, resulta completamente ajena al espíritu de la teoría en que se basa el método de cálculo que estamos aplicando, lo que justifica esta aparente contradicción.

Se podría alargar este comentario, estudiando qué ocurre cuando, al hacer $U' = U''_n$ se pasa del caso II al caso I. Pero con ello se complicaría innecesariamente esta exposición.

ner $U' = U''_n$ (siempre que sea $U''_n > 0$), despreciando el exceso; si con ese nuevo valor de U' , se continúa estando en el mismo caso II (es decir, si $0,75 > \underline{N} - U'_n > 0,5 V$), puede ahorrarse la comprobación de borde*.

* * *

EJEMPLO N.º 4.

Datos de partida.

Los mismos que en los ejemplos anteriores.

Solicitud pésima (V. F. 5):

$$\begin{aligned} e_o &= 0,02 \text{ m} \\ \underline{N} &= 100 \text{ t} \\ \underline{N} \cdot e_o &= 2 \text{ m} \cdot \text{t} \end{aligned}$$

Se trata de un caso de flexión compuesta con armadura de compresión U' dada (apartado A, fórmulas [16 a 20]).

$$\begin{aligned} \underline{N} - U' &= 100 - 24,1 = 75,9 \text{ t} \\ 0,75 V &= 67,5 \text{ t} \end{aligned}$$

Se está, por tanto, en el caso I.

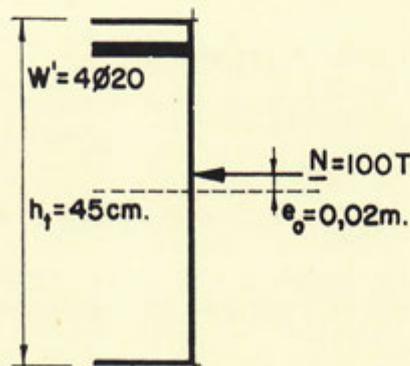


Fig. 5

* Este artificio, que simplifica el cálculo en muchas ocasiones, puede utilizarse en todos los casos en los que la condición $U' > U''_n$ obliga a comprobar el borde.

Como en ejemplos anteriores,

— para calcular e , suponemos $r = 2,5$ cm, con lo que $e = 2 + 22,5 - 2,5 = 22$ cm

— para calcular h , suponemos $r = 5$ cm, con lo que $h = 45 - 5 = 40$ cm.

Se calcula:

$$0,05 \underline{N} = 5 \text{ t}$$

$$U''_a = \frac{100 \times 0,22 - 0,375 \times 90 \times 0,40}{0,36} = \frac{22 - 13,5}{0,36} =$$
$$= \frac{8,5}{0,36} = 23,6 \text{ t}$$

$$U''_a = 23,6 \text{ t} < U'. \quad \text{Vale.}$$

Es de aplicación la fórmula [16]:

$$U = 100 - 67,5 - 24,1 = 8,4 \text{ t} > 5 \text{ t}$$

Del cuadro núm. 1 resulta: $W = 4 \not\geq 12$.

Como $U' > U''_a$, debe hacerse comprobación de borde. Ahora bien, si suponemos $U' = U''_a = 23,6$ t (despreciando el exceso), se obtiene

$$U = 100 - 67,5 - 23,6 = 8,9 \text{ t}$$

que corresponde, también, a $W = 4 \not\geq 12$, y, en cambio, en esta hipótesis, ya no es necesaria la comprobación de borde.

EJEMPLO NÚM. 5.

Datos de partida.

Los mismos que en los ejemplos anteriores.

Solicitación pésima (V. F. 6):

$$\begin{aligned} e_o &= 0 \\ \underline{N} &= 140 \text{ t} \\ \underline{N} \cdot e_o &= 0 \end{aligned}$$

Se trata de un caso de flexión compuesta con armadura de compresión U' dada (apartado A, fórmulas [16 a 20]).

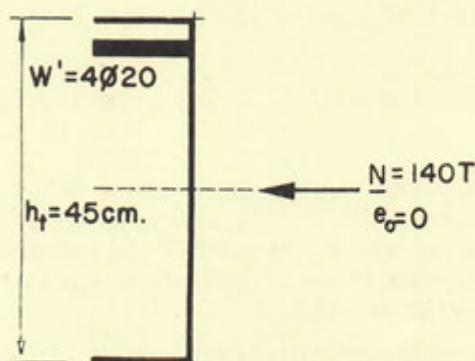


Fig. 6

Como en ejemplos anteriores,

— para calcular e , suponemos $r = 2,5 \text{ cm}$, con lo que $e = 0 + 22,5 - 2,5 = 20 \text{ cm}$

— para calcular h , suponemos $r = 5 \text{ cm}$, con lo que $h = 45 - 5 = 40 \text{ cm}$.

Se calcula:

$$0,05 \underline{N} = 7 \text{ t}$$

$$\begin{aligned} U''_n &= \frac{140 \times 0,20 - 0,375 \times 90 \times 0,40}{0,36} = \frac{28 - 13,5}{0,36} = \\ &= \frac{14,5}{0,36} = 40,3 \text{ t} \end{aligned}$$

$$U'' = 40,3 \text{ t}$$

Como $U' < 40,3 \text{ t}$, es necesario aumentar la armadura de compresión. Se dispondrá $W' = 7 \text{ } \emptyset \text{ } 20$ equivalentes a $U' = 42,2 \text{ t}$.

$$\begin{aligned} N - U' &= 140 - 42,2 = 97,8 \text{ t} \\ 0,75 V &= 67,5 \text{ t} \end{aligned}$$

Se está, por tanto, en el caso I y es de aplicación la fórmula [16]:

$$U = 140 - 67,5 - 42,2 = 30,3 \text{ t} > 7 \text{ t}$$

Con muy pequeño error puede hacerse $W = 5 \text{ } \emptyset \text{ } 20$.

Ahora bien, como $W' > W$ y la fuerza actúa en el centro del canto total, ya se ve, sin necesidad de comprobación, que el borde más comprimido es el opuesto al considerado. Es necesario, pues, repetir el cálculo.

La armadura dada inicialmente, $4 \text{ } \emptyset \text{ } 20$, es ahora la W . Debemos hacer abstracción de ella, y dimensionar ambas armaduras.

Se supone $r = r' = 5 \text{ cm}$, con lo que $h = 40 \text{ cm}$, $h' = 35 \text{ cm}$, $e = 22,5 - 5 = 17,5 \text{ cm}$. Entonces:

$$\begin{aligned} U'' &= \frac{140 \times 0,175 - 0,375 \times 90 \times 0,40}{0,35} = \frac{24,5 - 13,5}{0,35} = \\ &= \frac{11}{0,35} = 31,4 \text{ t} \end{aligned}$$

Haremos $W' = 6 \text{ } \emptyset \text{ } 20$, equivalentes a $U' = 36,1 \text{ t}$.

De la fórmula [16] se deduce:

$$U = 140 - 67,5 - 36,1 = 36,4 \text{ t} > 7 \text{ t}$$

es decir, con muy poco error; $W = 6 \text{ } \emptyset \text{ } 20$.

Al resultado obtenido ($W = 6 \text{ } \emptyset \text{ } 20$, $W' = 6 \text{ } \emptyset \text{ } 20$) podía haberse llegado a través de un cálculo más sencillo. En efecto,

al actuar la fuerza en el centro del canto total, puede considerarse el caso como de compresión simple, con tal de que se haga $U = U'$ (*). Es de aplicación, entonces, la fórmula [14]:

$$140 = 0,75 \times 0,125 \times 18 \times 45 + U + U'$$

es decir,

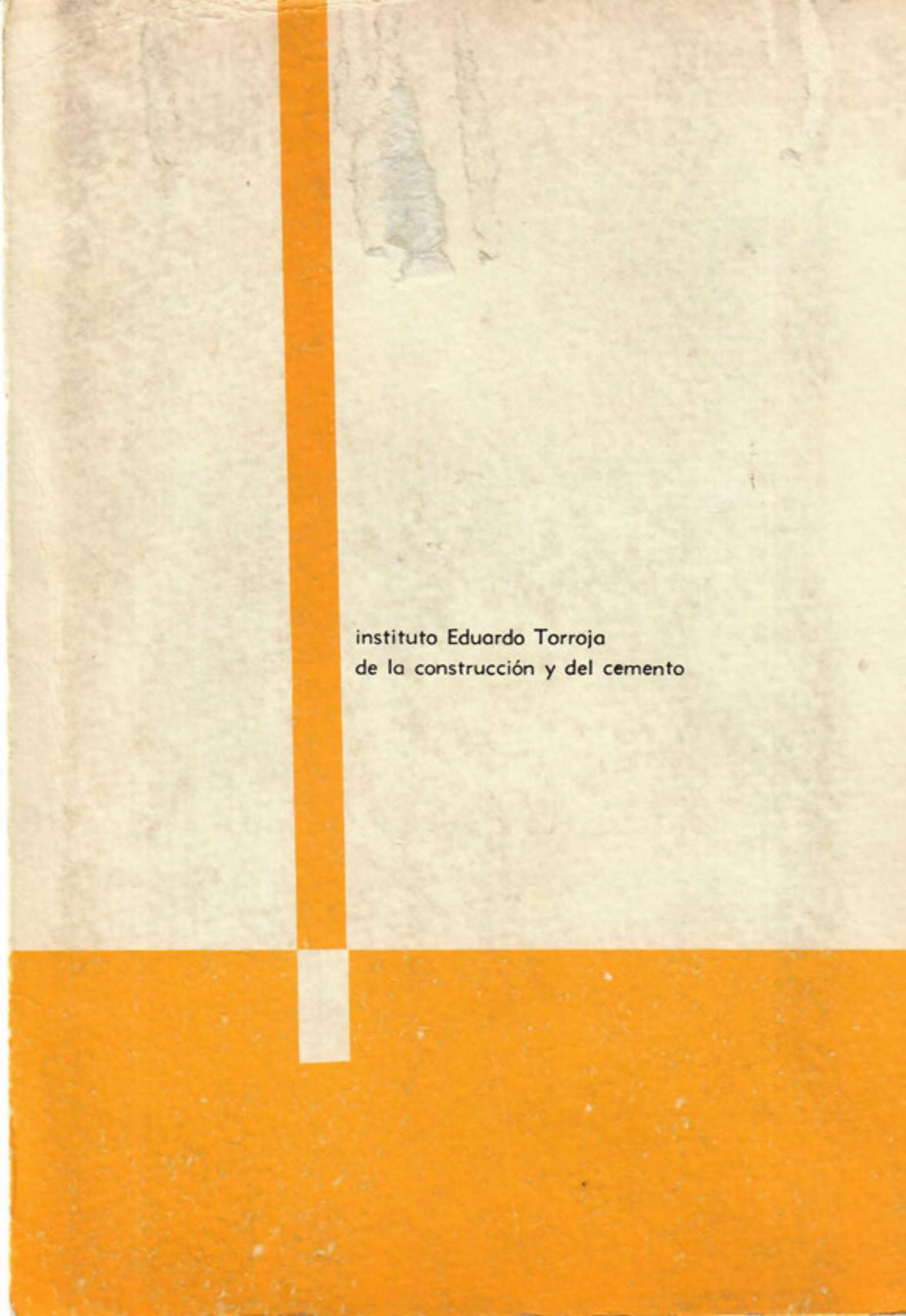
$$U + U' = 140 - 76 = 64 \text{ t}$$

de donde:

$$U = U' = 32 \text{ t} > 7 \text{ t}$$

$$W = W' = 6 \text{ } \emptyset \text{ } 20$$

(*) En efecto, sólo en el caso $U = U'$, el baricentro plástico de la sección coincide con el punto medio del canto total y, por consiguiente, para carga axil resulta $e = e_0$.



instituto Eduardo Torroja
de la construcción y del cemento

n o r m a s

y manuales

del

INSTITUTO EDUARDO TORROJA

de la construcción y del cemento

notación

definiciones

fórmulas de cálculo

**Separata de la
instrucción**

3.ª edición

Eduardo Torroja

h. a. 61

especial para estructuras de hormigón armado

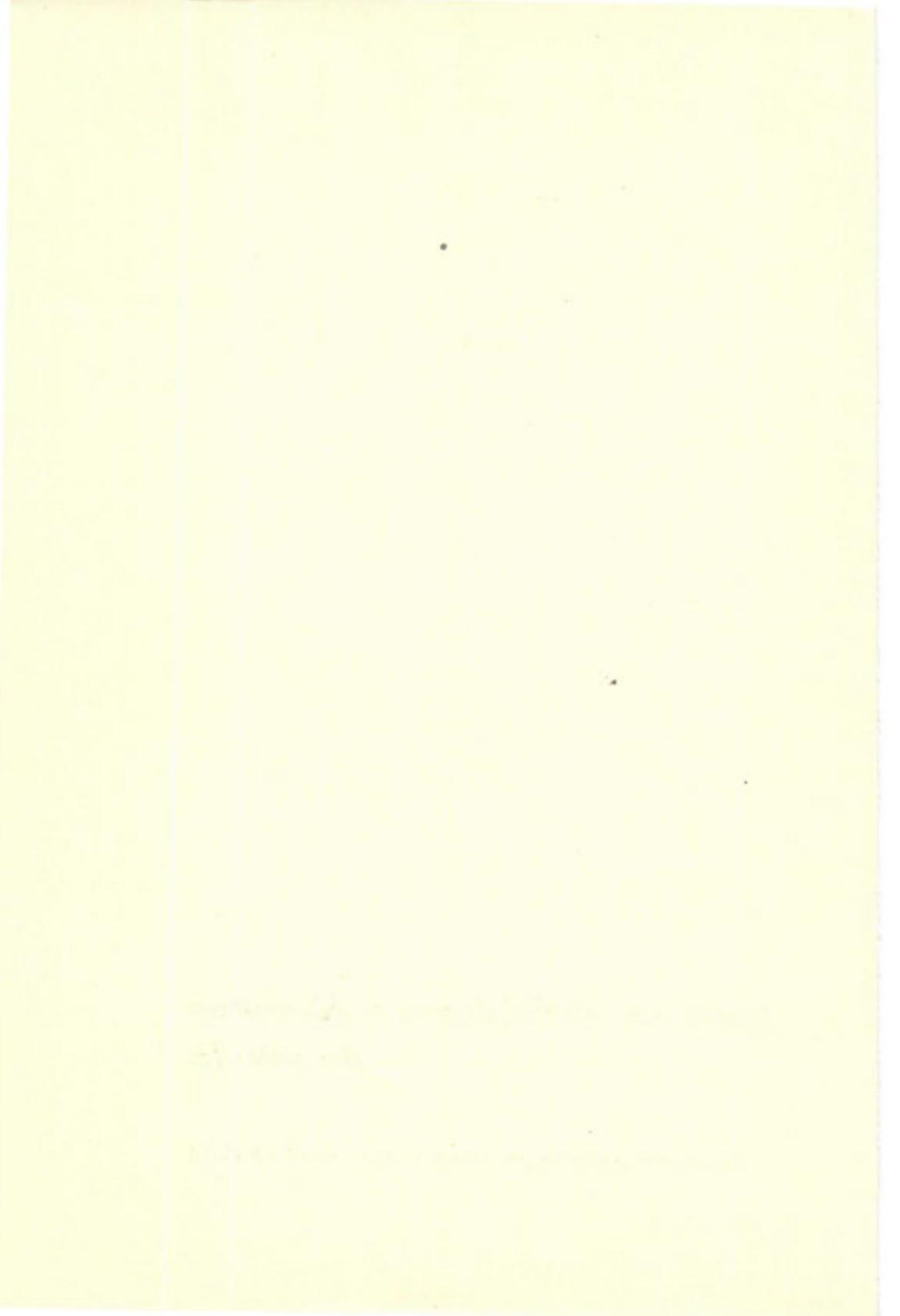
PATRONATO JUAN DE LA CIERVA DE INVESTIGACION TECNICA
DEL CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS

Separata

**notación, definiciones y fórmulas
de cálculo**

(Separata de la instrucción H.A.61 del I.E.T.C.C.)

IET 69



notación

por orden alfabético

A	== Límite elástico de la armadura en tracción o menos comprimida (armadura U).
A'	== Límite elástico de la armadura más comprimida (armadura U').
A''	== Límite elástico de la armadura transversal.
A ₀	== Límite elástico convencional (valor de A para armaduras de acero estirado en frío).
B	== Sección útil de una sección de hormigón. Es decir, parte de sección comprendida entre el borde más comprimido y la armadura U.
B _f	== Sección cobaricéntrica de hormigón.
B _t	== Área total de la sección de hormigón.
C	== Coeficiente de seguridad (en general).
C _a	== Valor de C _m para el acero.
C _b	== Valor de C _m para el hormigón.
C _M	== Coeficiente de mayoración, o de seguridad referente a las cargas.
C _m	== Coeficiente de minoración, o de seguridad referente al material.

D_z	= Diámetro del núcleo de hormigón zunchado.
E	= Módulo de elasticidad.
F	= Carga, en general (una particular o el conjunto de ellas).
G	= Carga permanente (una particular o el conjunto de ellas).
K	= Constante dimensional o adimensional, según el caso.
L	= Luz.
M	= Momento flector. Su valor es siempre positivo si se llama U a la armadura que, bajo ese momento, trabaja a tracción.
M_c	= Momento que resulta al trasladar N al punto medio del canto total.
$M_T = M_t + U'h'$	= Momento máximo, respecto a la armadura de tracción o menos comprimida, que es capaz de resistir una sección.
M_t	= Momento tope.
$M_n = N \cdot e$	= Momento de N con respecto a U .
$M'_n = N \cdot e'$	= Momento de N con respecto a U' .
N	= Esfuerzo normal (positivo en compresión y negativo en tracción).
P	= Sobrecarga (una particular o el conjunto de ellas).
R	= Resistencia del hormigón a compresión.

notación
por orden alfabético

R'	= Resistencia del hormigón a tracción.
R''	= Resistencia virtual del hormigón a esfuerzo cortante.
R_f	= Resistencia virtual a compresión del hormigón sometido a esfuerzos de fatiga.
R_L	= Limitación impuesta a R_k (V.A. 3.2.1) en función de la resistencia característica del acero.
R_m	= Resistencia media del hormigón a compresión.
S	= Solicitación o conjunto de M, N y T.
T	= Esfuerzo cortante.
$U = W \underline{A}$	= Capacidad mecánica de la armadura en tracción o menos comprimida. (Por brevedad, se designa a veces también por U a la propia armadura.)
$U' = W' \underline{A}'$	= Capacidad mecánica de la armadura más comprimida. (Por brevedad, se designa a veces también por U' a la propia armadura.)
$U'' = W'' \underline{A}''$	= Capacidad mecánica de un elemento de la armadura transversal (estribo o barra levantada). (Por brevedad, se designa a veces también por U'' al propio elemento de la armadura transversal.)
$U_{0,2} = W_{0,2} \underline{A}_{0,2}$	= Capacidad mecánica cuando la armadura es de acero estirado en frío.
U_s	= Capacidad mecánica de la barra que forma el zuncho.

$V = \underline{R}bh$	= En sección rectangular.
$V'' = \underline{R}bh''$	= En sección rectangular.
$V_t = \underline{R}bh_t$	= En sección rectangular.
W	= Sección nominal de la armadura U.
W'	= Sección nominal de la armadura U'.
W''	= Sección nominal de un elemento de la armadura transversal.
$W_{0,2}$	= Sección nominal cuando la armadura es de acero estirado en frío.
a	= Como subíndice, indica que se refiere al acero.
b	= Ancho de la sección rectangular. En secciones en T, distancia entre los extremos de las alas.
b	= Como subíndice, indica que se refiere al hormigón.
b_0	= Ancho del nervio en secciones en T.
b_1	= Anchura del ala en una pieza en T ($b_0 + 2b_1 = b$).
b_e	= Anchura eficaz del ala en una pieza en T, con carga repartida.
b'_e	= Anchura eficaz del ala en una pieza en T, con carga concentrada.
b_p	= De las dos dimensiones de una sección rectangular, la que resulta paralela al plano de pandeo que se considera.

notación
por orden alfabético

- e = Excentricidad de la fuerza normal N en relación con la armadura U . Se considera positiva cuando N está al mismo lado de U que el borde más comprimido.
- e' = Excentricidad de la fuerza normal N en relación con la armadura U' . Se considera positiva cuando N está al mismo lado de U' que el borde en tracción o menos comprimido.
- e_b = Valor de e cuando N pasa por el baricentro plástico de la sección.
- e_o = En flexión compuesta, excentricidad de la fuerza normal N en relación con el punto medio del canto total.
- e_s = En inestabilidad, excentricidad real de la fuerza respecto al eje de simetría de la sección, perpendicular al plano de pandeo.
- f = Flecha.
- g = Profundidad de la fibra neutra de deformaciones, a partir del borde más comprimido.
- h = Canto útil.
- h' = Distancia entre U y U' .
- h'' = Distancia de U' al borde opuesto.
- h_t = Canto total.
- h_a = Espesor del ala en secciones en T.
- k = Como subíndice, indica "característico" o "característica".
- m = Como subíndice, indica "media".

n	= Número de barras.
n	= Como subíndice, indica "necesaria", cuando afecta a una capacidad mecánica de armadura; y "nominal", cuando afecta a una carga.
$q = \frac{U}{R B}$	= Cuantía mecánica de la armadura U.
$q' = \frac{U'}{R B}$	= Cuantía mecánica de la armadura U'.
r	= Distancia del c.d.g. de la armadura U, al borde menos comprimido de la sección.
r'	= Distancia del c.d.g. de la armadura U', al borde más comprimido de la sección.
r_c	= Radio de curvatura.
s	= En una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas), distancia entre dos de ellos consecutivos, medida paralelamente al eje de la pieza.
s_z	= Separación entre espiras (paso de la hélice) del zuncho.
z	= Profundidad de la zona comprimida de la sección (en la que la tensión se supone uniformemente repartida), a partir del borde más comprimido.
χ	= Coeficiente de dilatación lineal.
α	= Angulo ($\leq 90^\circ$) formado por un elemento de la armadura transversal, con el eje longitudinal de la pieza.

notación
por orden alfabético

δ	= Coeficiente de dispersión (desviación standard relativa).
ϵ	= Deformación.
$\xi = \frac{z}{h}$	= Profundidad unitaria de la zona comprimida de la sección.
θ	= Angulo que forman dos secciones inicialmente paralelas, después de la deformación.
$\rho = \frac{r}{h}$	= Recubrimiento unitario de la armadura U (referido a su c.d.g.).
$\rho' = \frac{r'}{h}$	= Recubrimiento unitario de la armadura U' (referido a su c.d.g.).
σ	= Tensión normal.
σ_c	= Tensión sobre el terreno de cimentación.
τ	= Tensión tangencial.
\varnothing	= Diámetro de una barra.
$\varphi = \frac{0,9}{h : s} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$	= Factor de eficacia de una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas).
*	= Como superíndice, indica "de agotamiento" (cuando afecta a una sollicitación o tensión).
\succ	= Signo que indica: no mayor que. Significa que si, por ejemplo, en una fórmula se establece $U' \succ U$ y es $U' > U$, se tomará en la fórmula $U' = U$.

★

= Signo que indica: no menor que. Significa que si, por ejemplo, en una fórmula se establece $U' \leq U$ y es $U' < U$, se tomará en la fórmula $U' = U$.

—

= Signo que, subrayando a una resistencia, la califica de "minorada"; subrayando a una carga, la califica de "mayorada"; subrayando a una sollicitación o tensión, la califica de "pésima". Es decir, que dicho signo implica que se ha tenido en cuenta el margen de seguridad correspondiente.

definiciones

Area nominal, W .

En un redondo, la que corresponde a su diámetro nominal.

Baricentro plástico.

En una sección, punto de aplicación de la resultante de las tres fuerzas de compresión siguientes:

- la que resulta de considerar una tensión igual a $0,75\bar{R}$ aplicada uniformemente a la sección total de hormigón
- la capacidad mecánica de la armadura U
- la capacidad mecánica de la armadura U'

Un esfuerzo axial N aplicado en el baricentro plástico, produce en la pieza un estado de compresión simple. Si N se mueve a uno u otro lado, en dirección paralela al canto, el borde hacia el cual se acerque será el más comprimido.

Capacidad mecánica, U , U' , U'' .

En una barra, producto del área nominal de su sección transversal recta por la resistencia minorada del acero, independientemente de la tensión real a que está sometida.

En una armadura, suma de las capacidades mecánicas de las barras que la componen.

En un estribo, suma de las capacidades mecánicas de sus patas.

Carga, F .

Cualquier acción, o conjunto de acciones, capaz de producir estados tensionales en la estructura.

Carga característica, F_k .

Carga máxima previsible, no excepcional, durante la vida de la estructura. Su valor es $F_k = F_m (1 + \delta)$, siendo δ la dispersión de los valores estadísticos de la carga media F_m .

Carga mayorada, F .

Producto de la carga característica por el coeficiente de mayoración.

Carga media, F_m .

Valor medio de los valores máximos de la carga, obtenidos estadísticamente de casos análogos (con igual carga nominal).

Carga muerta.

Conjunto de cargas permanentes, sin incluir el peso propio.

Carga nominal, F_n .

Aquella para la cual se propone la utilización de la estructura.

Carga permanente, G .

La que actúa en todo instante, y es inseparable de la estructura.

Coefficiente de mayoración, C_M .

Coefficiente de seguridad parcial relativo a las cargas, que se aplica multiplicando los valores de las mismas.

Coefficiente de minoración, C_m (C_a , C_b).

Coefficiente de seguridad parcial relativo al material

(C_a para el acero, C_b para el hormigón), que se aplica dividiendo sus resistencias respectivas.

Corrimiento.

Recorrido de un punto material del cuerpo por efecto de las cargas y la deformación consiguiente.

Cuantía mecánica, q , q' .

Cociente entre la capacidad mecánica de la armadura de tracción (U) o de compresión (U') y el producto de la sección útil de hormigón por la resistencia minorada de éste (BR).

Deformación, ε .

Limite del cociente que resulta de dividir la variación de longitud o distancia entre dos puntos materiales del sólido (alargamiento o acortamiento), por dicha distancia, cuando esta última tiende hacia cero.

Diámetro nominal, \varnothing .

En un redondo, el que, con sección circular, proporcionaría una sección transversal recta igual a la mínima de la propia barra.

Elemento de la armadura transversal.

Conjunto de estribos o barras levantadas, contenidos en un mismo plano, normal al de simetría de la pieza en el que se suponen actuando las cargas. El elemento (y, por tanto, su plano), forma un ángulo $\alpha \leq 90^\circ$ con el eje longitudinal de la pieza; y se va repitiendo, con esa misma inclinación, a distancias s medidas paralelamente a dicho eje.

Esfuerzo, M, N, T.

Conjunto de dos fuerzas o momentos, iguales y opuestos,

que solicitan una rebanada de la pieza. Cualquier sollicitación se reduce a la suma de tres esfuerzos: normal (N), de flexión (M) y cortante (T).

Estado pésimo de carga.

En el estudio de una sección, estado de carga que produce la sollicitación pésima en la sección considerada.

En el estudio del equilibrio, estado de carga constituido por la peor combinación de cargas y sobrecargas; cada una de ellas mayorada o no, según resulte más desfavorable.

Factor de eficacia, φ .

Dicho de una serie de elementos de la armadura transversal (estribos o barras levantadas), el dado por la expresión

$$\varphi = \frac{0,9}{s : h} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$$

que tiene en cuenta el modo de colocación de los elementos dentro de esa serie.

Límite elástico característico del acero, A_k .

En los aceros ordinarios de construcción, media aritmética de los $n/2$ límites elásticos más bajos obtenidos en el ensayo a tracción (UNE 7010) de n probetas tipo de acero.

Límite elástico convencional del acero, $A_{0,2}$.

En los aceros estirados en frío o especiales sin escalón de relajamiento prolongado, mínima tensión capaz de producir una deformación remanente del 0,2 %.

Límite elástico convencional característico del acero, $A_{0,2k}$.

Media aritmética de los $n/2$ límites elásticos convenciona-

les más bajos, obtenidos en el ensayo a tracción (UNE 7010) de n probetas tipo de acero.

Momento tope, M_t .

En una sección, momento producido, con respecto a la armadura de tracción o menos comprimida, por una tensión igual al 75 % de la resistencia minorada del hormigón, aplicada uniformemente a toda la sección útil.

Resistencia característica del acero, A_k , $A_{0,2k}$.

En los aceros ordinarios de construcción, el límite elástico característico A_k .

En los aceros estirados en frío o especiales sin escalón de relajamiento prolongado, el límite elástico convencional característico $A_{0,2k}$.

(Véase nota al pie de la página 61.)

Resistencia característica del hormigón, R_k .

Media aritmética de las $n/2$ resistencias más bajas obtenidas en el ensayo de n probetas tipo, conservadas en ambiente normal a la temperatura de $(20 \pm 2)^\circ \text{C}$ y rotas por compresión a los veintiocho días.

Resistencia minorada del acero, \underline{A} , $\underline{A}_{0,2}$.

Cociente entre la resistencia característica y el coeficiente de minoración correspondiente al acero. Es decir:

$$\underline{A} = \frac{A_k}{C_a} = \frac{A_k}{1,2}$$

$$\underline{A}_{0,2} = \frac{A_{0,2k}}{C_a} = \frac{A_{0,2k}}{1,2}$$

(Véase nota al pie de la página 61.)

Resistencia minorada del hormigón, \underline{R} .

Cociente entre la resistencia característica y el coeficiente de minoración correspondiente al hormigón. Es decir:

$$\underline{R} = \frac{R_k}{C_b} = \frac{R_k}{1,6}$$

Sección cobaricéntrica, B_f .

Hablando de una sección de hormigón, zona de la misma que, contada a partir del borde menos comprimido, tiene el mismo baricentro que la armadura U.

Sección útil, B.

Hablando de una sección de hormigón, zona de la misma que está comprendida entre el borde más comprimido y la armadura U.

Sobrecarga, P.

Conjunto de cargas que pueden actuar o dejar de actuar, distinguiéndose entre ellas: las sobrecargas de explotación, las sobrecargas ecológicas, las sobrecargas de ejecución y las sobrecargas excepcionales.

Sobrecarga característica, P_k .

Sobrecarga máxima previsible, no excepcional, durante la vida de la estructura. Su valor es $P_k = P_m (1 + \delta)$, siendo δ la dispersión de los valores estadísticos de la sobrecarga media P_m .

Sobrecarga mayorada, \underline{P} .

Producto de la sobrecarga característica por el coeficiente de mayoración.

Sobrecarga media, P_m .

Valor medio de los valores máximos de la sobrecarga, obtenidos estadísticamente de casos análogos (con igual sobrecarga nominal).

Sobrecarga nominal, P_n .

Aquella para la cual se propone la utilización de la estructura.

Sobrecargas de ejecución.

Sobrecargas, no incluidas entre las de explotación o ecológicas, que pueden producirse en obra, según el proceso de construcción previsto.

Sobrecargas de explotación.

Las que pueden cambiar de una parte a otra de la estructura y pueden ser, también, móviles o rodantes, con o sin efectos dinámicos.

Sobrecargas ecológicas.

Las debidas al medio que rodea a la estructura, que incluyen: las de viento o nieve; los efectos ocasionados por la retracción; los ocasionados por las variaciones térmicas o higrométricas del exterior; los producidos por los asentamientos o movimientos posibles de las sustentaciones y, en su caso, los efectos sísmicos.

Sobrecargas excepcionales.

Las de carácter anormal y difícilmente previsibles, que superan fuertemente a las de explotación.

Solicitud, S (N, M, T).

Esfuerzo o conjunto de ellos que, como consecuencia de las cargas, actúa sobre una o varias secciones o rebanadas de un elemento de la estructura.

Solicitud de agotamiento, S* (N*, M*, T*).

En una sección dada, la que sería capaz de producir un fallo resistente total, instantáneo o diferido, en el supuesto de que los materiales del elemento considerado tuviesen, como resistencias reales, las resistencias minoradas.

Solicitud pésima, \underline{S} (\underline{N} , \underline{M} , \underline{T}).

En una sección dada, la producida por la acción conjunta de

- la combinación más desfavorable de sobrecargas mayoradas, y
- las cargas permanentes con su valor característico o mayorado, según sea su efecto favorable o desfavorable.

Tensión, σ , τ .

Límite del cociente que resulta de dividir un esfuerzo de tracción, compresión o cortante, por la sección en que actúa, cuando esta sección tiende hacia cero.

Tensión pésima sobre el terreno de cimentación, σ_c .

Valor de la tensión producida sobre el terreno de cimentación bajo el estado pésimo de carga.

Zona comprimida.

En una sección de hormigón, zona virtual de profundidad z , inferior a la profundidad g de la fibra neutra de deformaciones, en la que se supone que la compresión en el hormigón es uniforme. Se considera que, fuera de esta zona, no hay compresiones en el hormigón.

esfuerzos normales y de flexión

observaciones previas importantes

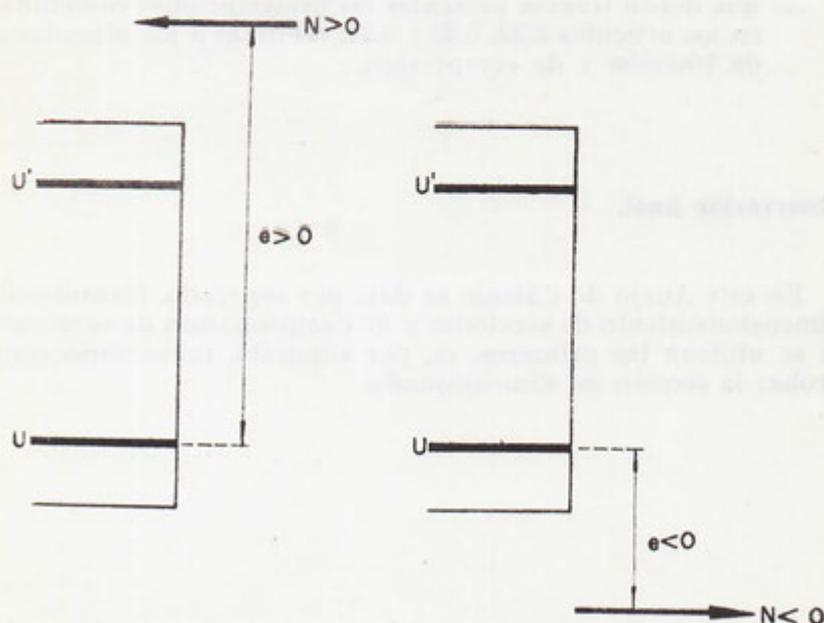
Se considera N como positiva si es compresión, y como negativa si es tracción.

Dada una sección sometida a una fuerza N , se designará por U la armadura más alejada del borde más comprimido, y por U' , la otra. Con esto quedan definidas las magnitudes h y e . En cuanto al signo de e , será positivo si la fuerza N y el borde más comprimido caen al mismo lado de U ; y será negativo si caen a lado distinto.

Con estas convenciones (V. F.) el producto $N \cdot e$ siempre será positivo*.

En caso de flexión simple, se supone que el momento M es positivo.

Puede ocurrir que, por ser la fuerza $N > 0$ y actuar relativamente centrada en la sección, no se sepa de antemano cuál sea el borde más comprimido. En tal caso, se adoptará como tal



* Se exceptúa el caso de fuerza de tracción ($N < 0$) actuando entre las dos armaduras. En este caso, ningún borde está comprimido y, por tanto, no es aplicable el criterio establecido para designar U y U' , con lo que no están definidos h ni e . Lo que debe hacerse es designar por U una cualquiera de las armaduras, y por U' la otra, resultando entonces $h' \geq e \geq 0$ y $N \cdot e \leq 0$.

Este caso se trata por separado en el cuerpo de fórmulas de este Anejo.

cualquiera de ellos, a reserva de comprobar, en el momento oportuno, que la elección ha sido acertada. Esta *comprobación de borde*, que se incluye más adelante, al tratar de cada tipo de sección, no siempre resulta necesaria, por lo que, en el cuerpo de fórmulas del Anejo, se avisa en cada uno de los casos en que es imprescindible hacerla.

Por último, es importante recordar:

- que, cuando la armadura U es de acero ordinario, no deben considerarse en el cálculo resistencias minoradas del acero \underline{A} mayores de 3.750 kg/cm^2
- que en el caso de piezas hormigonadas verticalmente, la resistencia minorada del hormigón \underline{R} se disminuirá en un 10 %.
- que deben tenerse presentes las prescripciones contenidas en los artículos 3.22, 3.23 y 3.24, relativas a las armaduras de tracción y de compresión.

Observación final.

En este Anejo de Cálculo se dan, por separado, fórmulas de dimensionamiento de secciones y de comprobación de secciones. Si se utilizan las primeras, es, por supuesto, innecesario comprobar la sección así dimensionada.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO
SECCION RECTANGULAR

Flexión simple sin armadura de compresión.

DIMENSIONAMIENTO.

Armadura de tracción necesaria:

$$U = 0,97 \frac{M}{h} \left(1 + \frac{M}{Vh} \right) \leq 0,04 V \text{ con } \underline{M} \leq 0,375 Vh \quad [1]$$

Si fuese $\underline{M} > 0,375 Vh$, sería necesaria armadura de compresión.

Caso particular: para $\underline{M} = 0,375 Vh$ resulta $U = 0,5 V$. [2]

Canto mínimo:

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{\underline{M}}{0,375 R b}} \quad \text{cuando } b \text{ es dato} \quad [3]$$

$$h_{\min} = \sqrt[3]{\frac{\underline{M}}{0,375 R} \left(\frac{h}{b} \right)} \quad \text{cuando } \frac{h}{b} \text{ es dato} \quad [4]$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO
SECCION RECTANGULAR

Flexión simple sin armadura de compresión.

COMPROBACIÓN.

Momento de agotamiento:

$$[5] \quad M^* = U \left(1 - \frac{U}{2V} \right) h \quad \text{con } U \geq 0,5 V$$

debiéndose verificar, además:

$$U \geq 0,04 V$$

$$[6] \quad \text{Caso particular: para } U \geq 0,5 V \text{ resulta } M^* = 0,375 Vh$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Flexión simple con armadura de compresión.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$, siendo U'_n el mayor de los dos valores siguientes:

$$0, \quad U'_n = \frac{\underline{M} - 0,375 Vh}{h'}$$

(Por tanto, si $\underline{M} < 0,375 Vh$, no es necesaria armadura de compresión.)

A) Si la armadura U' es dada:

$$U' \geq U'_n$$

$$U = 0,97 \frac{\underline{M} - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{M} - U'h'}{Vh} \right) + U' \leq 0,04 V \quad [7]$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{M}}{h'}$$

Caso particular: para $U' \geq \frac{\underline{M}}{h'}$ o sea, para $\underline{M} - U'h' \leq 0$, resulta

$$U = \frac{\underline{M}}{h'} \leq 0,04 V \quad [8]$$

Caso particular: para $U' = U'_n = U''_n$, resulta

$$U = 0,5 V + U' \quad [9]$$

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U''$.
Por tanto:

Si $\underline{M} < 0,375 Vh$, resulta

$$U' = 0 \quad ; \quad U = \text{fórmula [7]} = \text{fórmula [1]}$$

Si $\underline{M} \geq 0,375 Vh$, resulta:

$$[10] \quad U' = U'' \quad ; \quad U = 0,5 V + U''$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Flexión simple con armadura de compresión.

COMPROBACIÓN.

Momento de agotamiento:

$$M^* = (U - U') \left(1 - \frac{U - U'}{2V} \right) h + U'h', \quad [11]$$

$$\text{con } \begin{cases} U' \geq U \\ U \geq 0,5 V + U' \end{cases}$$

debiéndose verificar, además,

$$U \geq 0,04 V$$

Caso particular: para $U' \geq U$ resulta

$$M^* = Uh' \quad \text{con} \quad U \geq 0,04 V \quad [12]$$

Caso particular: para $U \geq 0,5 V + U'$ o sea, para $\frac{U - U'}{2V} \geq 0,25$ resulta

$$M^* = 0,375 Vh + U'h' \quad [13]$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Compresión simple.

$$[14] \quad \underline{N} \leq N^* = 0,75 V_t + U + U'$$

debiéndose verificar, además,

$$U \geq 0,05 \underline{N} \quad ; \quad U' \geq 0,05 \underline{N}$$

así como

$$e = e_b \text{ (V. fórmula 15)}$$

que es la condición para que la compresión sea simple, es decir, para que la fuerza actúe en el baricentro plástico de la sección.

Comprobación de borde.

Únicamente es necesaria esta comprobación en algunos casos de flexión o compresión compuestas, con $\underline{N} > 0$. En cada uno de estos casos, se advierte, en el lugar oportuno, la necesidad de esta comprobación, que consiste en averiguar si el borde elegido como más comprimido lo es o no efectivamente.

La elección inicialmente hecha de borde más comprimido será correcta si se verifica $e \geq e_b$, siendo:

$$\begin{aligned} e_b &= \frac{0,375 Vh (1 - \rho^2) + U'h'}{0,75 V_t + U + U'} \approx \\ &\approx \frac{0,375 Vh + U'h'}{0,75 V_t + U + U'} \end{aligned} \quad [15]$$

Si no se verifica $e \geq e_b$, el borde más comprimido es el opuesto al que se eligió inicialmente.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION RECTANGULAR

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción o de compresión, y compresión compuesta.

Se excluye el caso de fuerza \underline{N} de tracción actuando entre las dos armaduras ($\underline{N} < 0$; $h' \geq e \geq 0$), del que se trata posteriormente (V. fórmulas 28 y 29).

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U''_n$, siendo U''_n el mayor de los tres valores siguientes:

$$0, \quad 0,05\underline{N}, \quad U''_n = \frac{\underline{N}e - 0,375 Vh}{h'}$$

A) Si la armadura U' es dada, hay que distinguir tres casos:

Caso I.	$\underline{N} - U' \geq 0,75 V$
---------	----------------------------------

$$\begin{aligned} U' &\geq U''_n \\ U &= \underline{N} - 0,75 V - U' \leq 0,05 \underline{N} \end{aligned} \quad [16]$$

En el caso en que fuera $U' > U''_n$, hay que hacer comprobación de borde (V. fórmula 15).

Caso II.	$0,75 V > \underline{N} - U' > 0,5 V$
----------	---------------------------------------

$$\begin{aligned} U' &\geq U''_n \\ U &\geq \begin{cases} 0,05 \underline{N} \\ 0,04 V \end{cases} \end{aligned} \quad [17]$$

En el caso en que fuera $U' > U''_n$, hay que hacer comprobación de borde (V. fórmula 15).

CASO III.	$0,5V \geq \underline{N} - U'$
-----------	--------------------------------

Cuando sea $e \geq h - r'$ con $e \geq 0,75 h$, se está en este caso.
 $U' \geq U'_n$

$$[18] \quad U = 0,97 \frac{\underline{N}e - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{N}e - U'h'}{Vh} \right) + U' - \underline{N} \leq 0,04 \text{ V}$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{N}e}{h'}$$

Caso particular: para $U' \geq \frac{\underline{N}e}{h'}$ o sea, para $\underline{N}e - U'h' \leq 0$, resulta

$$[19] \quad U = \frac{\underline{N} (e - h')}{h'} \leq 0,04 \text{ V}$$

Caso particular: para $U' = U'_n = U''_n$, resulta

$$[20] \quad U = 0,5 \text{ V} + U' - \underline{N} \leq 0,04 \text{ V}$$

En este Caso III, si es $\underline{N} > 0$ y resulta $U < 0$ (prescindiendo de la condición $U \leq 0,04 \text{ V}$), hay que hacer comprobación de borde (V. fórmula 15).

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_n$.

C) Si se quiere que la sección esté simétricamente armada, debe hacerse:

$$U = U' = \frac{\underline{N}}{h'} \left(e_0 + \frac{h'}{2} \right) - \frac{h}{h'} \underline{N} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\underline{N}}{V} \right) \leq$$

$$[21] \quad \leq \begin{cases} 0,04 \text{ V} \\ 0,05 \underline{N} \end{cases}$$

$$[22] \quad \text{con } \underline{N} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\underline{N}}{V} \right) \geq 0,375 \text{ V}$$

habiendo referido e_0 al punto medio del canto total; es decir, siendo $e = e_0 + \frac{h'}{2}$.

Cuando no sea operante la limitación [22], puede suprimirse la limitación $\leq 0,05 \underline{N}$ en [21].

D) El canto total mínimo, con $\rho = \rho'$ y con la fuerza \underline{N} aplicada en el punto medio del canto total, es:

$$h_t = \frac{0,5 \underline{N} - U'}{0,75 \underline{R}b} + \sqrt{\left(\frac{0,5 \underline{N} - U'}{0,75 \underline{R}b} \right)^2 + \frac{\underline{M}_e}{0,375 \underline{R}b (1 - \rho)^2}} \quad [23]$$

siendo \underline{M}_e el momento pésimo exterior aplicado.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO
SECCION RECTANGULAR

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción o de compresión, y compresión compuesta.

Se excluye el caso de fuerza \underline{N} de tracción actuando entre las dos armaduras ($\underline{N} < 0$; $h' \geq e \geq 0$), del que se trata posteriormente (V. fórmulas 28 y 29).

COMPROBACIÓN.

Se considerará inicialmente como borde más comprimido el que realmente lo sea. Para ello, si es $\underline{N} > 0$, es de aplicación la fórmula [15].

La sección está en buenas condiciones cuando se cumplen las que en cada caso se expresan:

Caso I.	$\underline{N} + U - U' \leq 0$
---------	---------------------------------

$$U \geq 0,04 V$$

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U) h'$$

[24]

Caso II.	$0 \leq \frac{\underline{N} + U - U'}{V} \leq 0,5$
----------	--

$$U' \geq 0,05 \underline{N}$$

$$U \geq 0,04 V$$

[25]

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U - U') \left(1 - \frac{\underline{N} + U - U'}{2V} \right) h + U' h'$$

Caso III. $\frac{\underline{N} + U - U'}{V} \geq 0,5$

$$U' \geq 0,05 \underline{N}$$

$$\underline{N}e \leq 0,375 Vh + U'h' \quad [26]$$

$$U \geq \underline{N} - U' - 0,75 V \quad [27]$$

$$U \geq \begin{cases} 0,04 V \\ 0,05 \underline{N} \end{cases}$$

Esta última doble condición, en rigor, no es necesario que se cumpla en todos los casos; basta con que se verifique:

$$U \geq 0,04 V, \quad \text{cuando } \underline{N} - U' - 0,75 V < 0$$

$$U \geq 0,05 \underline{N}, \quad \text{cuando } \underline{N} - U' - 0,5 V > 0$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO
SECCION RECTANGULAR

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción ($\underline{N} < 0$), actuando entre las dos armaduras ($h' \geq e \geq 0$).

DIMENSIONAMIENTO.

$$[28] \quad \begin{cases} U' = - \frac{\underline{N}e}{h'} \leq 0,04 \text{ V} \\ U = - \frac{\underline{N}(h' - e)}{h'} \leq 0,04 \text{ V} \end{cases}$$

COMPROBACIÓN.

El valor de N^* es el menor, en valor absoluto, de los dos siguientes:

$$[29] \quad - \frac{U'h'}{e} \quad - \frac{Uh'}{h' - e}$$

debiéndose verificar, además:

$$U \geq 0,04 \text{ V}$$

$$U' \geq 0,04 \text{ V}$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Definiciones.

Se definen los siguientes valores:

$$M_t = 0,75 \underline{R} \left[bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right) + 0,5 b_o (h - h_o)^2 \right] \quad [30]$$

$$M_T = M_t + U'h' \quad [31]$$

$$B = bh_o + b_o (h - h_o) \quad [32]$$

$$B_t = bh_o + b_o (h_t - h_o) \quad [33]$$

Más adelante se definen (V. fórmulas 48 y 49) las "secciones en T normales" y se dan fórmulas aplicables a su cálculo, en flexión simple.

Comprobación de borde.

Para todo lo que sigue, se supone que el borde más comprimido, de acuerdo con el apartado 3.20.1, es el correspondiente a las alas; es decir, que se verifica $e \geq e_o$, siendo:

$$e_o = \frac{M_T - 0,375 \underline{R} b_o r^2}{0,75 \underline{R} B_t + U + U'} \quad [34]$$

En lo que sigue, se advierte en los lugares oportunos cuándo es necesario hacer esta comprobación.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión simple o compuesta, con fuerza \underline{N} actuando fuera del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} \geq 0$ con $e \geq h$ y $\underline{N} < 0$ con $e < 0$.

Las fórmulas que siguen valen para flexión simple, haciendo en ellas $\underline{N} = 0$ y $\underline{N}e = \underline{M}$.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$, siendo U'_n el mayor de los tres valores siguientes:

$$0 \quad ; \quad 0,05 \underline{N} \quad ; \quad U''_n = \frac{\underline{N}e - M_t}{h'}$$

A) Si la armadura U' es dada, se define el valor:

[35]

$$M_o = U'h' + Rbh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right)$$

y pueden distinguirse dos casos:

Caso I.	$\underline{N}e \leq M_o$
---------	---------------------------

$$U' \geq U'_n$$

[36]

$$U = 0,97 \frac{\underline{N}e - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{N}e - U'h'}{Rbh^2} \right) + U' - \underline{N} \leq 0,04 \underline{R}B$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{N}e}{h'}$$

Caso particular: para $U' \geq \frac{Ne}{h'}$ o sea, para $\underline{Ne} - U'h' \leq 0$,

resulta

$$U = \underline{N} \frac{e - h'}{h'} \leq 0,04 \underline{RB} \quad [37]$$

Caso II.	$\underline{Ne} \geq M_0$
----------	---------------------------

$$U' \geq U'_n$$

$$U = 0,97 \frac{\underline{Ne} - M_0}{h - h_0} \left(1 + \frac{\underline{Ne} - M_0}{\underline{R}b_0 (h - h_0)^2} \right) + \underline{R}bh_0 +$$

$$+ U' - \underline{N} \leq 0,04 \underline{RB} \quad [38]$$

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_n$.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión simple o compuesta, con fuerza \underline{N} actuando fuera del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} \geq 0$ con $e \geq h$ y $\underline{N} < 0$ con $e < 0$.

Las fórmulas que siguen valen para flexión simple, haciendo en ellas $\underline{N} = 0$ y $\underline{N}e = \underline{M}$.

COMPROBACIÓN.

La sección está en buenas condiciones cuando se cumplen las dos siguientes:

$$\begin{aligned} U &\geq 0,04 \underline{R}B \\ U' &\geq 0,05 \underline{N} \end{aligned}$$

y, además, la que en cada caso se indica a continuación:

Caso I.	$\underline{N} + U - U' \leq 0$
---------	---------------------------------

[39]

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U) h'$$

Caso II.	$0 \leq \underline{N} + U - U' \leq \underline{R}bh_o$
----------	--

$$\underline{N}e \leq (\underline{N} + U - U') \left(1 - \frac{\underline{N} + U - U'}{2 \underline{R}bh_o} \right) h +$$

[40]

$$+ U'h' \geq M_T$$

Caso III.	$\underline{N} + U - U' \geq \underline{R}bh_o$
-----------	---

Se calcula

[41]

$$U_o = \underline{N} + U - U' - \underline{R}bh_o$$

fórmulas de cálculo

Si $U_o \geq \underline{R}b_o \left(\frac{h}{2} - h_o \right)$, la condición es:

$$\underline{N}e \leq M_T \quad [42]$$

Si $U_o < \underline{R}b_o \left(\frac{h}{2} - h_o \right)$, la condición es:

$$\underline{N}e \leq \underline{R}bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right) + U'h' + U_o \left(h - h_o - \frac{U_o}{2 \underline{R}b_o} \right) \geq M_T \quad [43]$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión o compresión compuestas, con fuerza \underline{N} de compresión ($\underline{N} > 0$) actuando dentro del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} > 0$ con $e < h$.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U''_n$, siendo U''_n el mayor de los dos valores siguientes:

$$0,05 \underline{N} \quad ; \quad U''_n = \frac{\underline{N}e - M_t}{h'}$$

A) Si la armadura U' es dada, se define el valor

$$[44] \quad U_1 = \underline{N} - 0,75 \underline{RB} - U'$$

y pueden distinguirse dos casos:

CASO I.	$U_1 \geq 0$
---------	--------------

$$U' \geq U''_n$$

$$[45] \quad U = U_1 \leq 0,05 \underline{N}$$

Debe hacerse comprobación de borde (V. fórmula 34), salvo en el caso de ser $U' = U''_n = U''_n$.

CASO II.	$U_1 < 0$
----------	-----------

Se calcula U_2 , que es el valor de U dado por la fórmula [36] ó [38], según el caso, prescindiendo de la condición $U \leq 0,04 \underline{RB}$.

Si resulta $U_2 \geq 0$, se hace:

$$[46] \quad U = U_2 \leq 0,04 \underline{RB}$$

Si resulta $U_2 < 0$, se hace:

$$U \geq \begin{cases} 0,05 \underline{N} \\ 0,04 \underline{RB} \end{cases} \quad [47]$$

Debe hacerse comprobación de borde (V. fórmula 34), salvo en el caso de ser $U_2 \geq 0$.

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_n$.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión o compresión compuestas, con fuerza \underline{N} de compresión ($\underline{N} > 0$) actuando dentro del canto útil.

Incluye los casos $\underline{N} > 0$ con $e < h$.

COMPROBACIÓN.

Se comprobará inicialmente que el borde más comprimido es el correspondiente a las alas. Para ello, es de aplicación la fórmula [34].

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$ (véase DIMENSIONAMIENTO).

Cumplida esta condición, se halla el valor de U , mediante las fórmulas de dimensionamiento, con la U' dada. Si el valor de U así calculado es igual o menor que el dado, la sección está en buenas condiciones.

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION EN T

Flexión compuesta con fuerza \underline{N} de tracción ($\underline{N} < 0$) actuando entre las dos armaduras ($h' \geq e \geq 0$).

Las fórmulas son las [28] y siguientes, dadas para este mismo caso en sección rectangular, cambiando V por \underline{RB} .

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCIONES EN T NORMALES, EN FLEXION SIMPLE

Se denomina sección en T normal aquella que cumple:

$$[48] \quad bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right) \leq 1,5 b_o (h - h_o)^2$$

En particular, son normales aquellas secciones en T en las que se verifica simultáneamente:

$$[49] \quad \frac{h_o}{h} \leq 0,23 \quad \text{y} \quad \frac{b_o}{b} \geq \frac{h_o}{h}$$

Las fórmulas que siguen son aproximadas, por el lado de la seguridad.

DIMENSIONAMIENTO.

La armadura U' debe cumplir $U' \geq U'_n$, siendo:

$$[50] \quad U'_n = \frac{\underline{M} - \underline{R}bh_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right)}{h'} \leq 0$$

A) Si la armadura U' es dada:

$$[51] \quad U' \geq U'_n$$
$$U = 0,97 \frac{\underline{M} - U'h'}{h} \left(1 + \frac{\underline{M} - U'h'}{\underline{R}bh^2} \right) + U' \leq 0,04\underline{R}B$$

$$\text{con } U' \geq \frac{\underline{M}}{h'}$$

Caso particular: para $U' \geq \frac{M}{h'}$ o sea, para $\underline{M} - U'h' \leq 0$,

resulta

$$U = \frac{M}{h'} \leq 0,04 \underline{R}B \quad [52]$$

B) Si la armadura U' no es dada, conviene hacer $U' = U'_a$.

C) Ancho mínimo de cabeza:

$$b_{\min} = \frac{\underline{M} - U'h'}{\underline{R}h_o \left(h - \frac{h_o}{2} \right)} \quad [53]$$

(la adopción de este valor —y con mayor razón, de valores mayores— no garantiza que la sección en T vaya a resultar normal).

D) Canto mínimo:

$$h_{\min} = \frac{\underline{M} + \underline{R}b \frac{h_o^2}{2}}{U' (1 - \rho') + \underline{R}bh_o} \quad [54]$$

(la adopción de este valor no garantiza que la sección en T vaya a resultar normal).

COMPROBACIÓN.

Momento de agotamiento:

$$M^* = (U - U') \left(1 - \frac{U - U'}{2 \underline{R}bh} \right) h + U'h' \quad [55]$$

$$\text{con } \begin{cases} U' \geq U \\ U \geq \underline{R}bh_0 + U' \end{cases}$$

debiéndose verificar, además:

$$U \geq 0,04 \underline{R}B$$

Caso particular: para $U' \geq U$, resulta

$$[56] \quad M^* = U'h' \text{ con } U \geq 0,04 \underline{R}B$$

Caso particular: para $U \geq \underline{R}bh_0 + U'$ o sea, para $\frac{U - U'}{\underline{R}bh} \geq \frac{h_0}{h}$, resulta

$$[57] \quad M^* = \underline{R}bh_0 \left(h - \frac{h_0}{2} \right) + U'h'$$

ARMADURA U DE ACERO ORDINARIO

SECCION CIRCULAR

Una sección circular de radio r con armadura uniformemente distribuida en las proximidades de su contorno, de capacidad mecánica U_r , puede asimilarse a efectos de cálculo, salvo casos muy especiales, a una sección rectangular con armadura simétrica, en la cual:

$$U = U' = \frac{1}{2} U_r \quad [58]$$

$$b = r \left(1,93 + \frac{A}{9.000} \right) \quad (A \text{ en kg/cm}^2) \quad [59]$$

$$h = r \left(1,43 - \frac{A}{18.000} \right) \quad (A \text{ en kg/cm}^2) \quad [60]$$

ARMADURA U DE ACERO ESTIRADO EN FRIO

Se excluye el caso $\underline{N} < 0$ con $e \geq 0$.

Para todo tipo de secciones, es lícito aplicar, en todos los casos, las mismas fórmulas que con acero ordinario, haciéndolo:

$$U_{0,2} = U$$

En algunos casos de secciones rectangulares y en T, puede aprovecharse más el acero, de acuerdo con lo que sigue.

DIMENSIONAMIENTO.

Los únicos casos en los que puede haber provecho son aquellos en los que, operando como si U fuese de acero ordinario, la armadura U se encuentra mediante una de las siguientes fórmulas: [1], [7], [8], [18], [19], [36], [37], [38], [46], [51] y [52].

En estos casos, puede disponerse una armadura $U_{0,2}$ dada por:

$$[61] \quad U_{0,2} = \frac{U}{\eta}$$

siendo:

U, el valor que resulta de la fórmula correspondiente de las ya citadas, y

$$\eta = K_1 + \frac{0,02625}{\zeta} > 1,25 \quad \text{con } \eta < 1$$

$$K_1 = 0,945 - \frac{A_{0,2}}{210.000} \quad (A_{0,2} \text{ en kg/cm}^2)$$

$$\zeta = \frac{\underline{N} + U - U'}{V} < 0 \quad \text{en sección rectangular}$$

$$\zeta = \frac{\underline{N} + U - U'}{\underline{R}bh} < 0, \text{ en sección en T, si resulta}$$

$$\zeta < \frac{h_0}{h}$$

$$\zeta = \frac{\underline{N} + U - U' - Rh_0(b - b_0)}{\underline{R}b_0h}, \text{ en sección en T,}$$

$$\text{si resulta } \zeta \geq \frac{h_0}{h}$$

COMPROBACIÓN.

Es idéntica a la expuesta cuando la armadura U es de acero ordinario, con la única diferencia de que el dimensionamiento de U debe hacerse según se acaba de expresar.

esfuerzos cortantes

OBSERVACIONES PREVIAS IMPORTANTES

Para utilizar las fórmulas que siguen, es importante recordar:

- que no deben considerarse en el cálculo resistencias minoradas del acero \underline{A} mayores de 3.750 kg/cm²
- que en el caso de piezas hormigonadas verticalmente, la resistencia minorada del hormigón \underline{R} se disminuirá en un 10 %.
- que deben tenerse presentes las disposiciones contenidas en el artículo 3.25

SECCION RECTANGULAR

La resistencia a esfuerzo cortante viene dada por $T^* = T_c + T_b$

$$T_b = 0,5 \ b.h \ \sqrt{\underline{R}} \quad \begin{array}{l} \text{si no hay esfuerzo axil } (\underline{N} = 0) \\ \text{(unidades kg,cm)} \end{array} \quad [62]$$

$$T_b = (0,5 \ b.h \ \sqrt{\underline{R}}) \left[\left(1 - \frac{\underline{N}}{0,75 \ \underline{R}bh + U + U'} \right) \right]$$

$$\left(1 + \frac{\underline{N}}{0,1 \ \underline{R}bh} \right) \geq 2 \quad \text{y} \quad \left(1 + \frac{\underline{N}}{0,1 \ \underline{R}bh} \right) \leq 0, \quad [63]$$

(unidades kg,cm)

si hay esfuerzo axil de compresión ($\underline{N} > 0$) o de tracción ($\underline{N} < 0$).

Cuando sólo hay estribos,

$$T_c = U''_1 \cdot \varphi_1 \geq 4 T_b \quad (*) \quad [64]$$

siendo U''_1 la capacidad mecánica de un estribo ** y φ_1 el valor

(*) Por tanto, si es $T^* > 5 T_b$, es necesario aumentar las dimensiones de la sección.

** Por ejemplo: si se trata de un cerco simple de diámetro \varnothing (mm) será $U''_1 = \frac{\pi \varnothing^2}{4 \times 100} \times \underline{A}'' \times 2$ (presenta dos barras eficaces). Los valores de U vienen tabulados en el cuadro núm. 1.

correspondiente, dado por el cuadro número 5. Pero si resulta $T_a < 0,6 T_b$, se considerará $T_a = 0$.

Si los estribos son verticales, es más cómodo utilizar el cuadro número 6, que da directamente el valor de T_a (a reserva, claro, de la condición $T_a \geq 0,6 T_b$).

Cuando hay estribos y barras levantadas,

$$[65] \quad T_a = U''_1 \varphi_1 + U''_2 \varphi_2 \geq 5 T_b (*)$$

siendo $U''_1 \varphi_1$ los mismos que en el caso anterior; U''_2 , la capacidad mecánica de una barra levantada (o de cuantas se levanten a la vez **) y φ_2 el valor correspondiente, dado por el cuadro número 5. Pero si resulta $T_a < 0,6 T_b$, se considerará $T_a = 0$.

Si los estribos son verticales, es más cómodo utilizar el cuadro número 6, que da directamente el valor de $U''_1 \varphi_1$.

SECCION EN T

Son válidas las fórmulas correspondientes a sección rectangular, sin más que sustituir en ellas b por b_0 .

Si la sección en T cumple la condición

$$b \geq 3 b_0$$

en la fórmula [64] puede cambiarse el coeficiente 4 por 5,6; y en la fórmula [65] puede cambiarse el coeficiente 5 por 7

(*) Por tanto, si es $T_a^* > 6 T_b$, es necesario aumentar las dimensiones de la sección.

** Por ejemplo: si se levantan a la vez dos barras de diámetro \varnothing (mm) con cualquier inclinación, será:

$$U''_2 = 2 \times \frac{\pi \varnothing^2}{4 \times 100} \times \frac{A}{-}$$

Los valores de U vienen tabulados en el cuadro núm. 1.

SECCION CIRCULAR

Son válidas las fórmulas correspondientes a sección rectangular, haciendo en ellas

$$b = \frac{3}{4} D$$

siendo D el diámetro de la sección circular.

SECCION DE FORMA CUALQUIERA

Son válidas las fórmulas correspondientes a sección rectangular, sustituyendo b por el menor ancho que presenta la sección dentro de los tres cuartos del canto útil, contados a partir de la armadura de tracción.

Valores de $\frac{K n \emptyset}{A}$ en cm^2 para $K = 17.000 \text{ kg/mm}$ (ambientes protegidos, con barras lisas de acero ordinario)

\emptyset	A	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10	n = 11	n = 12
5	2.333	36,4	72,9	109	146	182	219	255	291	328	364	401	437
6	2.300	44,3	88,7	133	177	222	266	310	355	399	443	488	532
8	2.233	60,9	122	183	244	304	365	426	487	548	609	670	731
10	2.167	78,4	157	235	314	392	471	549	628	706	784	863	941
12	2.100	97,1	194	291	389	486	583	680	777	874	971	1.069	1.166
16	1.967	138	277	415	553	691	830	968	1.106	1.244	1.383	1.521	1.659
20	1.917	177	355	532	709	887	1.064	1.241	1.419	1.596	1.774	1.951	2.128
25	1.917	222	443	665	887	1.108	1.330	1.552	1.774	1.995	2.217	2.439	2.660
30	1.917	266	532	798	1.064	1.330	1.596	1.862	2.128	2.394	2.660	2.926	3.192
35	1.917	310	621	931	1.241	1.552	1.862	2.173	2.483	2.793	3.104	3.414	3.724
40	1.917	355	709	1.064	1.419	1.774	2.128	2.483	2.838	3.192	3.547	3.902	4.257

NOTA

Los valores del cuadro coinciden con la limitación impuesta a B_f en el caso $U = U_p$. Caso contrario, deben multiplicarse por $U : U_p$.

CUADRO NUMERO 3

Valores de $\frac{K n \emptyset}{A}$ en cm^2 para $K = 8.500 \text{ kg/mm}$ (intemperie, con barras lisas de acero ordinario)

\emptyset	A	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5	n = 6	n = 7	n = 8	n = 9	n = 10	n = 11	n = 12
5	2.333	18,2	36,1	54,6	72,9	91,1	109	127	146	164	182	200	219
6	2.300	22,2	44,3	66,5	88,7	111	133	155	177	200	222	244	266
8	2.233	30,4	60,9	91,4	122	152	183	213	241	274	304	335	365
10	2.167	39,2	78,4	118	157	196	235	275	314	353	392	431	471
12	2.100	48,6	97,1	146	194	243	291	340	389	437	486	534	583
16	1.967	69,1	138	207	277	346	415	484	553	622	691	760	830
20	1.917	88,7	177	266	355	443	532	621	709	798	887	975	1.064
25	1.917	111	222	333	443	554	665	776	887	998	1.108	1.219	1.330
30	1.917	133	266	399	532	665	798	931	1.064	1.197	1.330	1.463	1.596
35	1.917	155	310	466	621	776	931	1.086	1.241	1.397	1.552	1.707	1.862
40	1.917	177	355	532	709	887	1.064	1.241	1.419	1.596	1.774	1.951	2.128

NOTA

Los valores del cuadro coinciden con la limitación impuesta a B_f en el caso $U = U_n$. Caso contrario, deben multiplicarse por $U : U_n$.

Valores de $\frac{K n \varnothing}{A}$ en cm^2 para $K = 2.500 \text{ kg/mm}$ (ambientes corrosivos, con barras lisas de acero ordinario)

\varnothing	A	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	$n = 11$	$n = 12$
5	2.333	5,3	10,7	16,1	21,4	26,8	32,1	37,5	42,9	48,2	53,6	58,9	64,3
6	2.300	6,5	13	19,6	26,1	32,6	39,1	45,6	52,2	58,7	65,2	71,7	78,3
8	2.233	9	17,9	26,9	35,8	44,8	53,7	62,7	71,6	80,6	89,6	98,5	107
10	2.167	11,5	23,1	34,6	46,1	57,7	69,2	80,8	92,3	104	115	127	138
12	2.100	14,3	28,6	42,9	57,1	71,4	85,7	100	114	129	143	157	171
16	1.967	20,3	40,7	61	81,3	102	122	142	163	183	203	224	244
20	1.917	26,1	52,2	78,2	104	130	156	183	209	235	261	287	313
25	1.917	32,6	65,2	97,8	130	163	196	228	261	293	326	359	391
30	1.917	39,1	78,2	117	156	196	235	274	313	352	391	430	469
35	1.917	45,6	91,3	137	183	228	274	319	365	411	456	502	548
40	1.917	52,2	104	156	209	261	313	365	417	469	522	574	626

NOTA

Los valores del cuadro coinciden con la limitación impuesta a B_y en el caso $U = U_n$. Caso contrario, deben multiplicarse por $U : U_n$.

Correspondencia entre la numeración adoptada en la tercera edición de la primera parte de esta Instrucción (H.A.61; primera parte) y la que los mismos apartados llevan en la segunda edición (H.A.58; primera parte).

H. A. 61
1.ª Parte

H. A. 58

Observaciones

ARTICULADO Y COMENTARIOS

H. A. 61 1.ª Parte	H. A. 58	Observaciones
Preámbulo	0	Modificado
1.1	0.1	
1.1.1	0.1	Sin variación
1.1.2	0.1	Sin variación
1.2	1.1	
1.2.1	1.11	Modificado
1.2.2	1.12	Sin variación
1.2.3	1.13	Sin variación
1.2.4	1.14	Modificado
1.3	1.2	
1.3.1	1.21	Sin variación
1.3.2	1.22	Modificado
1.3.3		Nuevo
1.4	1.3	
1.4.1	1.31	Modificado
1.4.2	1.32	Modificado
1.4.3	1.321	Modificado
1.4.4	1.322	Modificado
1.4.5	1.323	Sin variación
1.4.6	1.324	Sin variación
1.4.7	1.325	Modificado
1.4.8	1.326	Modificado
1.4.9	1.327	Modificado
1.4.10	1.328	Sin variación
1.4.11	1.329	Modificado
1.4.12	1.33	Sin variación
1.4.13	1.34	Sin variación
1.4.14	1.35	Sin variación
1.5	1.4	
1.5.1	1.41	Sin variación
1.5.2	1.42	Sin variación
1.5.3	1.43	Modificado
1.5.4	1.431	Sin variación
1.5.5	1.432	Modificado
1.5.6	1.433	Sin variación
1.5.7	1.44	Sin variación

H. A. 61
1.ª Parte

H. A. 58

Observaciones

1.6	1.5	
1.6.1	1.51	Sin variación
1.6.2		Nuevo
1.6.3	1.511	Sin variación
1.6.4	1.512	Sin variación
1.6.5	1.52	Modificado
1.6.6		Nuevo
1.6.7		Nuevo
1.6.8		Nuevo
1.6.9		Nuevo
1.6.10	1.53	Sin variación
1.6.11	1.54	Modificado
1.6.12	1.541	Modificado
1.6.13	1.542	Sin variación
1.6.14	1.543	Modificado
1.6.15	1.544	Modificado
1.6.16	1.545	Sin variación
1.7	2.1	
1.7.1	2.11	Sin variación
1.7.2	2.111	Sin variación
1.7.3		Nuevo
1.7.4	2.12	Sin variación
1.7.5	2.131	Modificado
1.7.6	2.132	Sin variación
1.8	2.2	
1.8.1	2.21	Modificado
1.8.2	2.22	Sin variación
1.8.3	2.23	Modificado
1.9	2.3	
1.9.1	2.31	Sin variación
1.9.2	2.32	Sin variación
1.9.3	2.33	Modificado
1.9.4	2.34	Sin variación
1.9.5	2.35	Sin variación
1.10	2.4	
1.10.1	2.41	Sin variación
1.10.2	2.42	Sin variación
1.10.3	2.43	Sin variación
1.10.4	2.44	Sin variación
1.11	2.5	
1.11.1	2.51	Sin variación
1.11.2	2.52	Sin variación
1.11.3	2.53	Modificado
1.11.4	2.531	Modificado
1.11.5	2.532	Modificado
1.11.6		Nuevo
1.11.7	2.532	Modificado
1.11.8		Nuevo

H. A. 61
1.ª Parte

H. A. 58

Observaciones

1.11.9		Nuevo
1.11.10		Nuevo
1.11.11	2.533	Modificado
1.11.12	2.534	Modificado
1.12	2.6	
1.12.1	2.61	Sin variación
1.12.2	2.62	Sin variación
1.12.3	2.63	Sin variación
1.12.4	2.64	Sin variación
1.12.5	2.65	Sin variación
1.12.6	2.66	Sin variación
1.13	2.7	
1.13.1	2.71	Sin variación
1.13.2	2.721	Modificado
1.13.3	2.722	Sin variación
1.13.4	2.73	Modificado
1.13.5		Nuevo
1.14	2.8	
1.14.1	2.81	Sin variación
1.14.2	2.82	Sin variación
1.14.3	2.83	Modificado
1.14.4	2.84	Modificado
1.14.5	2.85	Sin variación
1.14.6	2.861	Modificado
1.14.7	2.862	Sin variación
1.14.8	2.87	Sin variación
1.15	2.9	
1.15.1	2.91	Sin variación
1.15.2	2.92	Sin variación
1.15.3	2.93	Modificado
1.15.4	2.931	Modificado
1.15.5	2.932	Modificado
1.15.6		Nuevo
1.15.7		Nuevo
1.16	3.1	
1.16.1	3.11	Modificado
1.16.2	3.111	Sin variación
1.16.3	3.12	Modificado
1.16.4	3.121	Modificado
1.17	3.2	
1.17.1	3.21	Sin variación
1.17.2	3.22	Sin variación
1.17.3	3.23	Modificado
1.17.4	3.24	Sin variación
1.17.5	3.25	Modificado
	3.26	Suprimido
1.17.6	3.27	Modificado
1.17.7		Nuevo

H. A. 61
1.ª Parte

H. A. 58

Observaciones

1.17.8		Nuevo
1.18	3.3	
1.18.1	3.31	Modificado
1.18.2	3.32	Sin variación
1.18.3	3.321	Modificado
1.18.4	3.322	Modificado
1.18.5	3.33	Sin variación
1.18.6	3.34	Modificado
1.18.7	3.35	Sin variación
1.19	3.4	
1.19.1	3.41	Sin variación
1.19.2	3.42	Sin variación
1.19.3	3.421	Modificado
1.19.4	3.422	Modificado
1.19.5	3.424	Sin variación
1.19.6	3.423	Modificado
1.19.7	3.43	Modificado
1.19.8	3.431	Modificado
1.19.9		Nuevo
1.19.10		Nuevo
1.19.11		Nuevo
1.19.12		Nuevo
1.19.13	3.43	Modificado
1.19.14		Nuevo
1.19.15		Nuevo
1.19.16	3.44	Sin variación
1.19.17	3.45	Sin variación
1.19.18		Nuevo
1.20	4.1	
1.20.1	4.11	Sin variación
1.20.2	4.12	Sin variación
1.20.3	4.13	Sin variación
1.20.4	4.14	Sin variación
1.20.5	4.15	Sin variación
1.20.6	4.16	Sin variación
1.20.7	4.17	Sin variación
1.21	4.2	
1.21.1	4.21	Modificado
1.21.2	4.22	Sin variación
1.21.3	4.221	Sin variación
1.21.4	4.23	Sin variación
1.21.5	4.231	Sin variación
1.21.6		Nuevo
1.21.7	4.24	Sin variación
1.22	5.1	
1.22.1	5.11	Sin variación
1.22.2	5.12	Sin variación
1.22.3	5.13	Sin variación

H. A. 61
1.ª Parte

H. A. 58

Observaciones

1.23	6.1	
1.23.1	6.11	Sin variación
1.23.2	6.12	Sin variación
1.23.3	6.13	Sin variación
1.23.4	6.14	Sin variación
1.23.5	6.15	Modificado
ANEJOS A LOS COMENTARIOS		
Aj. 1.6	D-1.5	Sin variación
Aj. 1.7	D-2.1	Sin variación
RECOMENDACIONES		
	R. 1.11 a	Suprimido
	R. 1.11 b	Suprimido
R. 1.8	R. 2.22	Modificado
R. 1.12	R. 2.65	Sin variación
R. 1.22	R. 5.12	Sin variación
METODOS DE ENSAYO		
M.E. 1.3 a	M.E. 1.22 a	Sin variación
M.E. 1.3 b	M.E. 1.22 b	Sin variación
M.E. 1.3 c	M.E. 1.22 c	Sin variación
M.E. 1.3 d	M.E. 1.22 d	Modificado
M.E. 1.3 e		Nuevo
	M.E. 1.23 a	Suprimido
M.E. 1.4 a	M.E. 1.32 a	Sin variación
M.E. 1.4 b	M.E. 1.32 c	Sin variación
M.E. 1.4 c	M.E. 1.32 g	Modificado
M.E. 1.4 d		Nuevo
M.E. 1.4 e	M.E. 1.32 f	Sin variación
M.E. 1.4 f		Nuevo
M.E. 1.4 g	M.E. 1.32 d	Sin variación
M.E. 1.4 h	M.E. 1.32 e	Sin variación
M.E. 1.4 i	M.E. 1.32 b	Sin variación
M.E. 1.4 j	M.E. 1.35 a	Sin variación
M.E. 1.5 a	M.E. 1.43 a	Modificado
M.E. 1.5 b	M.E. 1.44 a	Sin variación
M.E. 1.7 a	M.E. 2.13 a	Sin variación
M.E. 1.7 b	M.E. 2.13 b	Sin variación
M.E. 1.8 a	M.E. 2.22 c	Sin variación
M.E. 1.8 b	M.E. 2.22 a	Sin variación
M.E. 1.8 c	M.E. 2.22 b	Sin variación
M.E. 1.8 d	M.E. 2.23 a	Sin variación
M.E. 1.15 a	M.E. 2.91 a	Sin variación
M.E. 1.15 b	M.E. 2.93 a	Sin variación

$$\text{Valores del factor de eficacia } \varphi = \frac{0,9}{s : h} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)$$

$\frac{s}{h}$	$\alpha = 30^\circ$	$\alpha = 35^\circ$	$\alpha = 40^\circ$	$\alpha = 45^\circ$	$\alpha = 50^\circ$	$\alpha = 55^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 65^\circ$	$\alpha = 70^\circ$	$\alpha = 75^\circ$	$\alpha = 80^\circ$	$\alpha = 85^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
0,10	12,29	12,53	12,68	12,73	12,68	12,53	12,29	11,96	11,53	11,02	10,43	9,75	9,00
0,15	8,20	8,36	8,45	8,48	8,45	8,36	8,20	7,97	7,69	7,35	6,95	6,50	6,00
0,20	6,15	6,27	6,34	6,36	6,34	6,27	6,15	5,98	5,77	5,51	5,21	4,87	4,50
0,25	4,92	5,01	5,07	5,09	5,07	5,01	4,92	4,78	4,61	4,41	4,17	3,90	3,60
0,30	4,10	4,18	4,23	4,24	4,23	4,18	4,10	3,99	3,84	3,67	3,47	3,25	3,00
0,35	3,51	3,58	3,62	3,64	3,62	3,58	3,51	3,42	3,30	3,15	2,98	2,79	2,57
0,40	3,07	3,13	3,17	3,18	3,17	3,13	3,07	2,99	2,88	2,76	2,61	2,44	2,25
0,45	2,73	2,78	2,82	2,83	2,82	2,78	2,73	2,66	2,56	2,45	2,32	2,17	2,00
0,50	2,46	2,51	2,54	2,55	2,54	2,51	2,46	2,39	2,31	2,20	2,09	1,95	1,80
0,55	2,23	2,28	2,30	2,31	2,30	2,28	2,23	2,17	2,10	2,00	1,90	1,77	1,64
0,60	2,05	2,09	2,11	2,12	2,11	2,09	2,05	1,99	1,92	1,84	1,74	1,62	1,50
0,65	1,89	1,93	1,95	1,96	1,95	1,93	1,89	1,84	1,77	1,70	1,60	1,50	1,38
0,70	1,76	1,79	1,81	1,82	1,81	1,79	1,76	1,71	1,65	1,57	1,49	1,39	1,29
0,75	1,64	1,67	1,69	1,70	1,69	1,67	1,64	1,59	1,54	1,47	1,39	1,30	1,20
0,80	1,54	1,57	1,58	1,59	1,58	1,57	1,54	1,49	1,44	1,38	1,30	1,22	
0,85	1,45	1,47	1,49	1,50	1,49	1,47	1,45	1,41	1,36	1,30	1,23		
0,90	1,37	1,39	1,41	1,41	1,41	1,39	1,37	1,33	1,28	1,22			
0,95	1,29	1,32	1,33	1,34	1,33	1,32	1,29	1,26	1,21	1,16			
1,00	1,23	1,25	1,27	1,27	1,27	1,25	1,23	1,20	1,15				
1,05	1,17	1,19	1,21	1,21	1,21	1,19	1,17	1,14					
1,10	1,12	1,14	1,15	1,16	1,15	1,14	1,12	1,09					
1,15	1,07	1,09	1,10	1,11	1,10	1,09	1,07						
1,20	1,02	1,04	1,06	1,06	1,06	1,04							
1,25	0,98	1,00	1,01	1,02	1,01	1,00							
1,30	0,95	0,96	0,97	0,98	0,97								
1,35	0,91	0,93	0,94	0,94	0,94								
1,40	0,88	0,89	0,91	0,91									
1,45	0,85	0,86	0,87	0,88									
1,50	0,82	0,84	0,84	0,85									
1,55	0,79	0,81	0,82										
1,60	0,77	0,78	0,79										
1,65	0,74	0,76	0,77										
1,70	0,72	0,74											
1,75	0,70	0,72											
1,80	0,68	0,70											
1,85	0,66												
1,90	0,65												
1,95	0,63												
2,00	0,61												
2,05	0,60												

\varnothing	A	n = 1	n = 2	n = 4
5	2.333	0,46	0,91	1,83
6	2.300	0,65	1,30	2,60
8	2.233	1,12	2,25	4,49
10	2.167	1,70	3,40	6,80
12	2.100	2,37	4,75	9,50
16	1.967	3,96	7,91	15,80
20	1.917	6,02	12,00	24,10
25	1.917	9,41	18,80	37,60
30	1.917	13,50	27,10	54,20
35	1.917	18,40	36,90	73,80
40	1.917	24,10	48,20	96,40

α = inclinación respecto al eje longitudinal de la pieza.

s = separación medida en la dirección del eje longitudinal de la pieza.

NOTAS

- 1) En el caso particular de que exista solamente una barra levantada (aparte de los estribos), el valor de s puede tomarse igual a la longitud de la proyección de la barra levantada sobre el eje.
- 2) Los valores que aparecen en este cuadro cumplen todos la condición $s \leq 0,75 h (1 + \text{ctg } \alpha)$ impuesta en el apartado 3.25.1.

CUADRO NUMERO 6

Valores de T_a en toneladas para cercos simples (dos barras eficaces), verticales, de acero ordinario, de diámetro \varnothing y separación s (*)

$\frac{s}{h}$	$\varnothing = 5$	$\varnothing = 6$	$\varnothing = 8$	$\varnothing = 10$	$\varnothing = 12$	$\varnothing = 16$
0,100	8,19	11,70	20,20	30,60	42,70	71,20
0,125	6,55	9,36	16,20	24,50	34,20	57,00
0,150	5,46	7,80	13,50	20,40	28,50	47,50
0,175	4,68	6,69	11,60	17,50	24,40	40,70
0,200	4,09	5,85	10,10	15,30	21,40	35,60
0,225	3,64	5,20	9,00	13,60	19,00	31,60
0,250	3,28	4,68	8,10	12,20	17,10	28,50
0,275	2,98	4,25	7,36	11,10	15,50	25,90
0,300	2,73	3,90	6,75	10,20	14,20	23,70
0,325	2,52	3,60	6,23	9,41	13,10	21,90
0,350	2,34	3,34	5,79	8,74	12,20	20,30
0,375	2,18	3,12	5,40	8,16	11,40	19,00
0,400	2,05	2,92	5,06	7,65	10,70	17,80
0,425	1,93	2,75	4,76	7,20	10,10	16,70
0,450	1,82	2,60	4,50	6,80	9,50	15,80
0,475	1,72	2,46	4,26	6,44	9,00	15,00
0,500	1,64	2,34	4,05	6,12	8,55	14,20
0,525	1,56	2,23	3,86	5,83	8,14	13,60
0,550	1,49	2,13	3,68	5,56	7,77	12,90
0,575	1,42	2,03	3,52	5,32	7,43	12,40
0,600	1,36	1,95	3,37	5,10	7,12	11,90
0,625	1,31	1,87	3,24	4,90	6,84	11,40
0,650	1,26	1,80	3,11	4,71	6,58	10,90
0,675	1,21	1,73	3,00	4,53	6,33	10,50
0,700	1,17	1,67	2,89	4,37	6,11	10,20
0,725	1,13	1,61	2,79	4,22	5,90	9,82
0,750	1,09	1,56	2,70	4,08	5,70	9,49

(*) Los valores de este cuadro incluyen la doble sección que trabaja en los cercos.

N O T A

Los valores que aparecen en este cuadro cumplen todos la condición $s \leq 0,75 h (1 + \text{ctg } \alpha)$ impuesta en el apartado 3.25.1.

instituto Eduardo Torroja
de la construcción y del cemento